



# Compressed Sensing in der funktionellen kardialen Magnetresonanztomographie

## Compressed sensing in functional cardiac magnetic resonance imaging

Dissertation zur Erlangung des naturwissenschaftlichen Doktorgrades  
der Graduate School of Life Sciences,  
Julius-Maximilians-Universität Würzburg,  
Klasse Biomedizin

vorgelegt von

Tobias Wech

aus

Würzburg

Würzburg, 2012

Eingereicht am: .....

## Mitglieder des Promotionskomitees:

Vorsitzender: Prof. Dr. Thomas Dandekar

1. Betreuer: Prof. Dr. Herbert Köstler

2. Betreuer: Prof. Dr. Meinrad Beer

3. Betreuer: Prof. Dr. Dr. Dietbert Hahn

4. Betreuer: PD Dr. Christian O. Ritter

Tag des Promotionskolloquiums: .....

Doktorurkunden ausgehändigt am: .....



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>10</b>
2.1	MR-Bildgebung . . . . .	10
2.1.1	Das Mess-Signal in der MRT . . . . .	10
2.1.2	Der Messprozess der MRT . . . . .	12
2.1.3	Diskrete und finite Abtastung . . . . .	13
2.1.4	Bildgebungssequenzen . . . . .	16
2.1.5	Die Punktspreizfunktion . . . . .	17
2.1.6	Signal-zu-Rausch-Verhältnis . . . . .	20
2.1.7	Trajektorien . . . . .	22
2.2	Compressed Sensing . . . . .	23
2.2.1	Sparse und komprimierbare Signale . . . . .	24
2.2.2	Linearer Messprozess und Inkohärenz . . . . .	27
2.2.3	Rekonstruktion sparsener Signale aus unterabgetasteten Daten . . . . .	28
2.2.4	Compressed Sensing in der realen Welt: Verrauschte Messdaten und komprimierbare Signale . . . . .	30
2.2.5	Definition der Messmatrix . . . . .	32
2.2.6	Algorithmen . . . . .	33
2.3	Parallele Bildgebung . . . . .	35
2.3.1	SENSE . . . . .	35
2.3.2	GRAPPA . . . . .	37
2.3.3	Der g-Faktor . . . . .	38
2.3.4	GRAPPA Operator Gridding (GROG) . . . . .	40
2.4	Kardio MRT . . . . .	41
2.4.1	Anatomie und Funktion des Herzens . . . . .	41
2.4.2	Koronare Herzkrankheit . . . . .	42
2.4.3	Klinische Herz-MRT . . . . .	43
2.4.4	Präklinische Herz-MRT . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Auflösungsbewertung Compressed Sensing rekonstruierter MR-Bilder</b>	<b>47</b>
3.1	Einleitung . . . . .	47
3.2	Theorie . . . . .	48
3.3	Methoden . . . . .	51
3.3.1	Auflösungsverhalten bei Verwendung verschiedener Unterabtast- schemata . . . . .	52

3.3.2	Auflösungsverhalten bei Verwendung diskreter Gradienten als Sparsitätstransformation . . . . .	54
3.3.3	Räumliche Auflösung in der funktionellen kardialen Bildgebung . . . . .	54
3.3.4	Zeitliche Auflösung in der dynamischen Herzbildgebung . . . . .	56
3.4	Ergebnisse . . . . .	58
3.4.1	Auflösungsverhalten bei Verwendung verschiedener Unterabtast-schemata . . . . .	58
3.4.2	Auflösungsverhalten bei Verwendung diskreter Gradienten als Sparsitätstransformation . . . . .	61
3.4.3	Räumliche Auflösung in der funktionellen kardialen Bildgebung . . . . .	61
3.4.4	Zeitliche Auflösung in der dynamischen Herzbildgebung . . . . .	62
3.5	Diskussion . . . . .	64
3.6	Zusammenfassung . . . . .	69
<b>4</b>	<b>Beschleunigung der präklinischen funktionellen Herz-MRT mit Hilfe von CS</b>	<b>70</b>
4.1	Einleitung . . . . .	70
4.2	Methoden . . . . .	71
4.2.1	Tiermodell . . . . .	71
4.2.2	Datenakquisition und Rekonstruktion . . . . .	72
4.2.3	Analyse . . . . .	75
4.3	Ergebnisse . . . . .	76
4.4	Diskussion . . . . .	82
4.5	Zusammenfassung . . . . .	84
<b>5</b>	<b>Beschleunigung der präklinischen funktionellen Herz-MRT mit Hilfe von CS und PI</b>	<b>85</b>
5.1	Einleitung . . . . .	85
5.2	Methoden . . . . .	86
5.2.1	Tiermodell . . . . .	86
5.2.2	Datenakquisition und Rekonstruktion . . . . .	86
5.2.3	Analyse . . . . .	88
5.3	Ergebnisse . . . . .	90
5.4	Diskussion . . . . .	92
5.5	Zusammenfassung . . . . .	94
<b>6</b>	<b>Compressed Sensing in der klinischen funktionellen 3D-Herzbildgebung</b>	<b>96</b>
6.1	Einleitung . . . . .	96
6.2	Methoden . . . . .	97
6.2.1	3D-Cine-Aufnahmetechnik . . . . .	97
6.2.2	Rekonstruktion . . . . .	101
6.2.3	Analyse . . . . .	104
6.3	Ergebnisse . . . . .	104
6.3.1	Simulation . . . . .	104
6.3.2	Trajektorienkorrektur . . . . .	106

6.3.3	3D-Herzfunktion in einem Atemstillstand . . . . .	107
6.4	Diskussion . . . . .	108
6.5	Zusammenfassung . . . . .	110
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>112</b>
<b>8</b>	<b>Ausblick</b>	<b>117</b>
<b>9</b>	<b>Summary</b>	<b>118</b>
<b>A</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>122</b>
<b>B</b>	<b>Curriculum Vitae</b>	<b>136</b>
<b>C</b>	<b>Publikationen</b>	<b>138</b>
<b>D</b>	<b>Eidesstattliche Erklärung / Affidavit</b>	<b>141</b>
<b>E</b>	<b>Danksagung</b>	<b>142</b>

# 1 Einleitung

Die bildgebenden Verfahren verkörpern eine zentrale Säule der Lebenswissenschaften. Während die nichtinvasive und damit zerstörungsfreie Darstellung des Aufbaus und der Funktion von Lebewesen eine wesentliche Rolle in der heutigen Forschung spielt, ist die bildgebende Diagnostik auch in der angewandten Medizin mittlerweile unerlässlich. Nach der Einführung der Röntgenaufnahme fanden im letzten Jahrhundert sukzessive hochentwickelte Modalitäten wie die Computertomographie (CT) oder die Magnetresonanztomographie (MRT) Einzug.

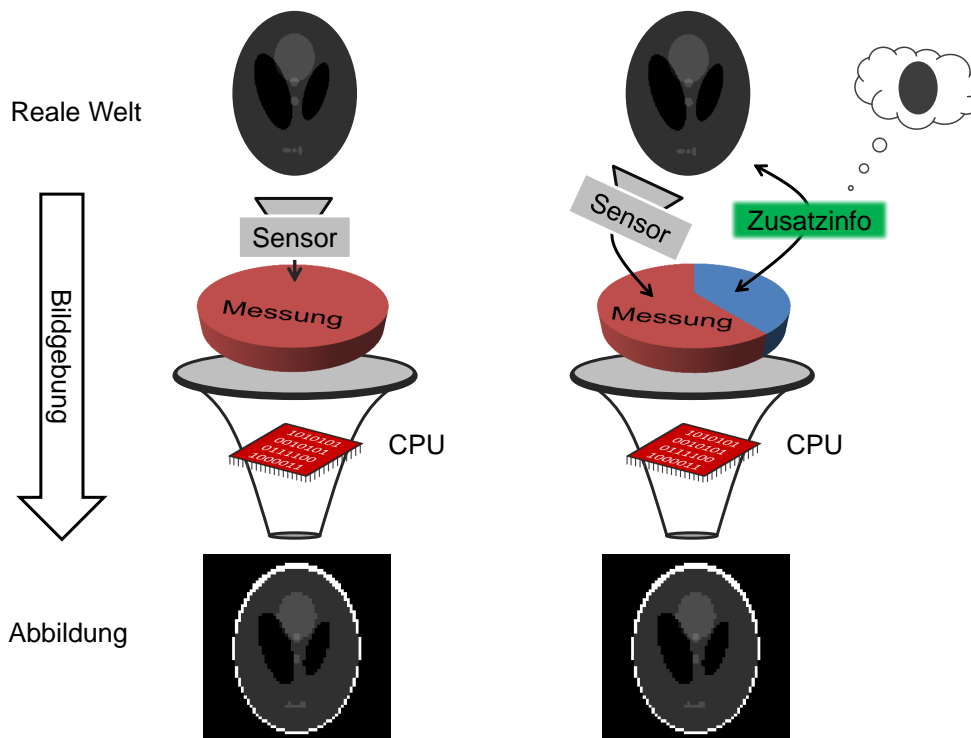
Gerade jedoch die Anwendung in der medizinischen Routine stellt höchste Voraussetzungen an die Techniken. Ermöglichen die CT oder auch die Verfahren der Nuklearmedizin durch die Bereitstellung dreidimensionaler Aufnahmen eine qualitativ hochwertige Diagnostik, muss die Notwendigkeit einer entsprechenden Untersuchung immer gegen die damit verbundene Strahlenexposition des Patienten aufgewogen werden.

Während die MRT eine detaillierte Befundung ohne Strahlenexposition erlaubt, müssen bei ihr im Vergleich zur CT teils deutlich längere Akquisitionszeiten in Kauf genommen werden. Eine lang andauernde Untersuchung des Patienten ist krankheitsbedingt nicht immer möglich und muss nicht zuletzt auch ökonomisch vertretbar sein.

Seit Einführung der MRT beschäftigt sich konsequenterweise ein Hauptzweig der assoziierten Forschung mit der Beschleunigung der Methode. In der Historie fand im Zuge dessen eine stetige Weiterentwicklung der Hardware statt. Neben der Verwendung immer höherer Feldstärken trug vor allem eine fortwährende Verbesserung der Gradientensysteme zur Reduzierung der Messzeit bei.

Parallel dazu wurden kontinuierlich schnellere MR-Bildgebungssequenzen entwickelt. So verhalf Ende der 1980er der Einsatz schneller Gradientenecho-Sequenzen (engl. *Fast Low-Angle SHot*, FLASH, [45]) der MRT zu einer immer breiteren medizinischen Anwendung.

Eine dritte Säule in der Beschleunigung der MRT bilden die Techniken informationstheoretischer Natur (siehe Abb. 1.1). Die diesbezüglich wohl wichtigste Neuentwicklung im vergangenen Jahrzehnt, die Parallele Bildgebung (engl. *Parallel Imaging*, PI, [82, 40]), erlaubt eine Abtastrate unterhalb des für die Fourier-Bildgebung geltenden Nyquist-Kriteriums, indem sie die Zusatzinformation aus einer gleichzeitigen Akquisition des MR-Signals mit mehreren Empfangsspulen verwendet. Während diese Methode weitestgehend losgelöst vom darzustellenden Objekt arbeitet, bindet die in 2006 eingeführte Compressed Sensing (CS) Theorie [14, 29] bereits vor der Messung bekannte Informationen über das resultierende Bild zum Zwecke einer beschleunigten Messung in die Dekodierung mit ein: Wie der Spieler eines Sudoku-Spiels rekonstruiert CS unter Zuhilfenahme eines Modells eine vollständige Bildmatrix aus einer unterabgetasteten Akquisition [2]. Die hybride Verwendung von Vorwissen über das Zielobjekt und einer reduzierten Aufnahme



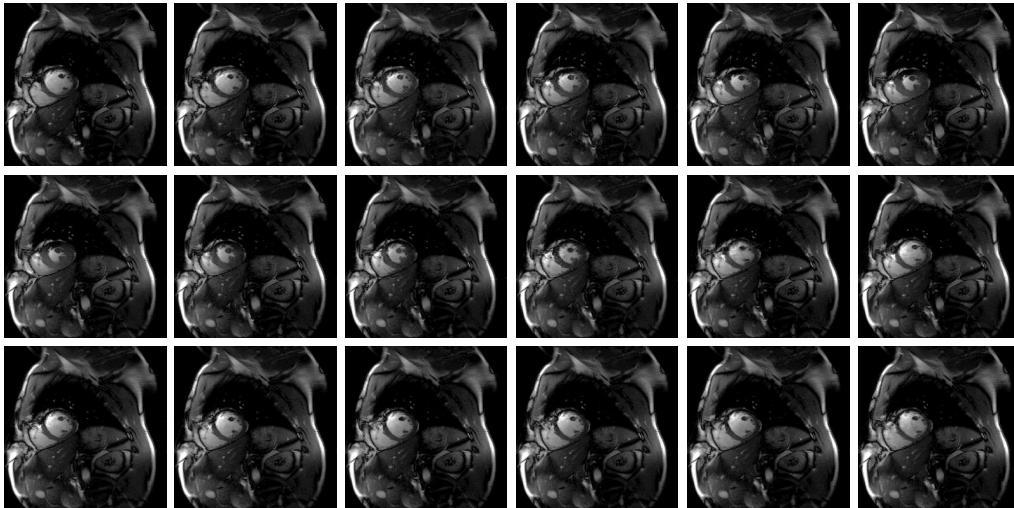
**Abbildung 1.1:** Bildgebung ohne (links) und mit (rechts) informationstheoretischer Beschleunigung der Messung. Die Gesamtheit des je in der Mitte dargestellten Kreises illustriert die zur Darstellung des Objekts notwendige Datenmenge. Die „klassische“ Bildgebung links verwendet einzig die durch einen Sensor akquirierten Daten für eine Bildrekonstruktion. Ist es möglich, Zusatzinformationen in die Rekonstruktion mit einfließen zu lassen, kann eine reduzierte Messung durchgeführt und damit die Messzeit verkürzt werden. In der Abbildung ist die Zusatzinformation durch das Vorwissen über die grobe Form des Phantoms beispielhaft illustriert.

von Bildinformation ermöglicht unter gegebenen Voraussetzungen eine deutliche Messzeitersparnis.

Ein besonderer Bedarf an beschleunigten MRT-Messungen besteht in der Funktionsanalyse des Herzens. Diese repräsentiert den Goldstandard in der nichtinvasiven Beurteilung von Wandbewegungsstörungen und einer darauf beruhenden Herzinsuffizienz. Im Zuge der translationalen Forschung wird diese Bildgebungstechnik neben der Anwendung in der medizinischen Diagnostik vermehrt auch für Untersuchungen am Kleintiermodell verwendet. Sowohl in der klinischen Untersuchung am Menschen als auch bei der präklinischen Applikation am Kleintier werden bei dieser Prozedur zeitaufgelöste Schnittbilder des Herzens aufgenommen. Die Dynamik des Herzschlages wird mit einer Serie von ca. 20 Bildern pro Herzzyklus erfasst, was eine ausgezeichnete Analyse der Funktion des

Herzmuskels erlaubt (siehe Abb. 1.2).

Durch die dynamische Aufnahme treten allerdings zusätzliche Notwendigkeiten einer Verkürzung der Messzeit in den Vordergrund. Sowohl die Bewegung des Herzens als auch die Atmung limitieren das Zeitfenster der Datenakquisition, so dass man bestrebt ist, sämtliche der oben genannten Beschleunigungstechniken zum Erreichen einer möglichst hohen Bildqualität einzusetzen.



**Abbildung 1.2:** Dynamische MRT eines mittventrikulären Kurzachsenschnittes für die funktionelle Herzbildgebung am Menschen. Jedes Bild stellt eine Phase des Herzschlages dar. Die Bilderserie erlaubt eine hervorragende Analyse der Bewegung des Herzmuskels und damit die Diagnose krankheitsbedingter Störungen der Funktion. In der Darstellung ist ebenfalls die hohe Redundanz der Aufnahme in der zeitlichen Dimension erkennbar. Lediglich der kleine Bereich des Herzmuskels ist einer zeitlichen Veränderung unterworfen. Dieses Vorwissen wird in der Folge für eine „komprimierte“, beschleunigte Messung verwendet.

Während seitens informationstheoretischer Methoden die PI bereits routinemäßige Verwendung findet, ist der Einsatz von CS in der medizinischen MR-Bildgebung bisher auf die Forschung beschränkt. In der präklinischen Herz-MRT blieb CS bisher komplett unberücksichtigt. Die vorliegende Dissertation befasst sich infolgedessen mit der Anwendung von CS in der präklinischen und klinischen kardialen Funktionsanalyse mittels MRT. Die Arbeit ist folgendermaßen gegliedert: Nach einer Zusammenfassung der wichtigsten Grundlagen wird zunächst eine neuartige Metrik für die Qualitätsbeurteilung CS-rekonstruierter MR-Bilder eingeführt und anhand verschiedener Beispiele validiert. Da die für CS notwendigen Dekodier-Algorithmen die Transformationseigenschaften der MR-Bildgebung fundamental verändern, war eine Weiterentwicklung ursprünglich verwendeter Qualitätsparameter hinsichtlich einer objektiven Bildbeurteilung notwendig. Bisherige Analysen CS-rekonstruierter Bilder stützten sich häufig auf den Vergleich zu einer

---

vollständig abgetasteten Referenzaufnahme und konnten die Bildqualität quantitativ nur unzureichend beschreiben. Die vorgestellte Technik ermöglicht die orts aufgelöste Bestimmung der Bildauflösung und dadurch eine objektivere Klassifizierung von Aufnahmetechniken auf der Basis von CS.

In den darauffolgenden Kapiteln wird von konkreten Anwendungen der CS-Methoden in der kardialen MR-Herzfunktionsmessung berichtet. Zunächst wird die alleinige Verwendung von CS in der präklinischen Kleintierbildgebung untersucht und optimiert. Eine kombinierte Applikation der Methoden CS und PI verhilft im weiteren Verlauf der Arbeit zu einer zusätzlichen Reduktion der notwendigen Messzeit. Für beide Techniken wird die Phasenkodierrichtung einer kartesischen Aufnahme unterabgetastet. Der CS-Algorithmus nutzt jeweils die Redundanz der Bildinformation in der zeitlichen Domäne aus, um das Zielobjekt basierend auf einer reduzierten, beschleunigten Messung zu rekonstruieren (siehe Abb. 1.2).

Schließlich beschreibt das abschließende Kapitel eine Beschleunigung der klinischen funktionellen Herzbildgebung. Eine 3D-Aufnahme in Verbindung mit einer CS-Rekonstruktion zielt dort auf die Bestimmung der Herzfunktion in einem statt der sonst üblichen 10-15 Atemstillstände des Patienten ab. Die Methode verwendet für eine effiziente Unterabtastung eine Kombination aus Phasenkodierung und radialen Projektionen.

## 2 Grundlagen

### 2.1 MR-Bildgebung

Die Magnetresonanztomographie (MRT) ist ein bildgebendes Verfahren zur Bestimmung von Schnittbildern. In der Medizin wird sie zur nichtinvasiven Diagnostik von Morphologie und Funktion von Gewebe sowohl präklinisch als auch klinisch intensiv genutzt. Die hier dargestellten physikalischen Grundlagen der MRT beinhalten lediglich die für den weiteren Verlauf der Dissertation relevanten Themen. Für eine umfassende Einführung sei auf die Literatur verwiesen (u.a. [7, 64, 44, 71]).

#### 2.1.1 Das Mess-Signal in der MRT

Zur Bestimmung von Schnittbildern in der MRT wird die kernmagnetische Resonanz, auch als Kernspinresonanz bezeichnet, ausgenutzt. In der klinischen Bildgebung werden dazu beinahe ausnahmslos die Kerne der Wasserstoffatome  ${}^1_1\text{H}$ , die Protonen, verwendet. Der Atomkern besitzt die quantenmechanische Eigenschaft des Kernspins  $\vec{I}$  und aufgrund seiner Ladung ein magnetisches Moment  $\vec{\mu}_I = \gamma_I \vec{I}$ . Dabei bezeichnet  $\gamma_I$  das vom Kernaufbau abhängige gyromagnetische Verhältnis. Der Drehimpuls  $\vec{I}$  unterliegt den Regeln der Drehimpulsalgebra, woraus eine Quantisierung seines Betrages resultiert:

$$|\vec{I}| = \hbar \sqrt{I(I+1)}, \quad (2.1)$$

$I$  wird als Spinquantenzahl bezeichnet und nimmt positiv halbzahlige Werte für Fermionen (z.B.  $1/2$  für Protonen) an.  $\hbar$  repräsentiert das Plancksche Wirkungsquantum. Über die Betragsquantisierung hinaus existiert eine Diskretisierung einer Komponente des Kernspins  $\vec{I}$ :

$$I_z = m\hbar \quad (2.2)$$

$m$  bezeichnet die magnetische Quantenzahl und kann folgende Werte annehmen:  $-I, -I+1, \dots, I-1, I$ . Zustände unterschiedlicher  $m$  sind jedoch ohne äußere Vorgabe einer energetischen Vorzugsrichtung entartet bezüglich ihrer Energie. Eine energetische Aufspaltung kann beispielsweise durch das Anlegen eines Magnetfeldes  $\vec{B}_0 = (0, 0, B_0)$  erfolgen. Die resultierenden Energieniveaus werden als Zeeman-Niveaus bezeichnet:

$$E_m = -\gamma_I \hbar B_0 m = -\omega_{L_0} \hbar m \quad (2.3)$$



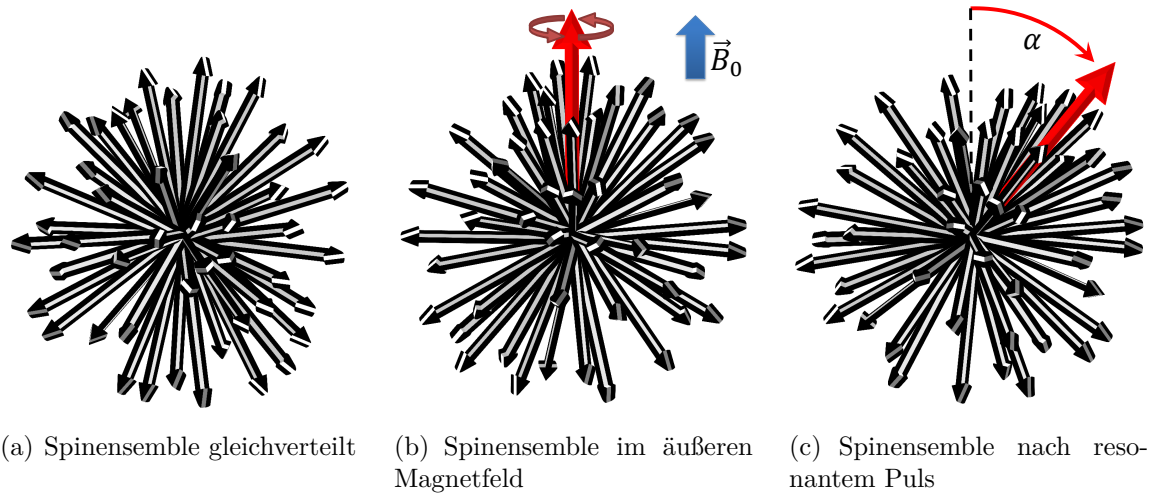
Das gyromagnetische Verhältnis  $\gamma_I$  kann zur Vereinfachung mit dem angelegten Feld zur Larmorfrequenz  $\omega_{L_0}$  zusammengefasst werden.

Protonen ( $I = 1/2$ ) realisieren nach Gl. 2.3 im magnetischen Feld zwei Eigenzustände mit wohldefinierter Energie, die mit Spin-Up  $|\uparrow\rangle$  und Spin-Down  $|\downarrow\rangle$  bezeichnet werden. Diese Energieeigenzustände bilden die Basis des gemischten Spin-Zustands

$$|\iota\rangle = \alpha |\uparrow\rangle + \beta |\downarrow\rangle, \quad (2.4)$$

in dem sich das Proton im allgemeinen Fall befindet.  $\alpha$  bzw.  $\beta$  repräsentieren in Gl. 2.4 komplexwertige Wichtungsfaktoren. Wird der (individuelle) Spin entlang der Magnetfeldrichtung in beliebiger Art und Weise gemessen (z.B. Stern-Gerlach Experiment), kollabiert dieser in einen der beiden Eigenzustände  $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ .

Zum Verständnis der MRT ist nun nicht die Beschreibung des individuellen Protons im Magnetfeld relevant, sondern die einer sehr großen Menge an Protonen. In guter Näherung kann das zu messende System als Ensemble aus Spins betrachtet werden, die nicht miteinander wechselwirken. Es kann ferner gezeigt werden, dass sowohl das individuelle magnetische Moment eines Protons, als auch die resultierende makroskopische Magnetisierung des Systems aus vielen Protonen, den klassischen Bewegungsgleichungen genügen [32, 47].



**Abbildung 2.1:** Illustration des Spinensembles [47].

Die Spins nehmen im feldfreien Raum beliebige Zustände nach Gl. 2.4 an, d.h. die magnetischen Momente der individuellen Spins zeigen in gleichverteilte Richtungen (siehe Abb. 2.1(a)). Die resultierende Gesamtmagnetisierung ist folglich gleich null.

Durch Anlegen eines äußeren Magnetfeldes wird diese Gleichverteilung aufgehoben und es entsteht bei den für die MRT relevanten Magnetfeldern ( $\sim 1\text{T}$ ) eine leicht in Richtung des angelegten Magnetfeldes verschobene Verteilung. Hieraus resultiert im thermischen Gleichgewicht die Gleichgewichtsmagnetisierung des Systems (siehe Abb. 2.1(b)). Aus der für Fermionen gültigen Boltzmann-Verteilung ergibt sich eine mittlere longitudinale

Gleichgewichtsmagnetisierung pro Kern von

$$\langle \mu_z \rangle \approx \frac{\hbar^2 \gamma_I^2 B_0}{4kT}, \quad (2.5)$$

wobei  $T$  die Temperatur der Probe und  $z$  wie oben o.B.d.A die Orientierung von  $\vec{B}_0$  repräsentiert. Die Spins präzedieren unter der Wirkung von  $\vec{B}_0$  mit der Larmorfrequenz  $\omega_{L_0}$  um  $z$ .

Durch Einstrahlen eines zusätzlichen Hochfrequenzfeldes  $\vec{B}_1(t)$  (HF-Puls), welches senkrecht zu  $\vec{B}_0$  mit der Larmorfrequenz  $\omega_{L_0}$  für eine Dauer von  $\tau$  angelegt wird, erfährt die Gesamtmagnetisierung eine Auslenkung aus ihrer Gleichgewichtslage um den Flipwinkel (siehe Abb. 2.1(c))

$$\alpha = \gamma_I \int_0^\tau |\vec{B}_1(t)| dt. \quad (2.6)$$

Die im Anschluss mit  $\omega_{L_0}$  um  $z$  präzedierende transversale Komponente der Gesamtmagnetisierung kann durch eine geeignet aufgestellte Empfangsspule - d.h. mit einem Spulenvektor senkrecht zu  $\vec{B}_0$  - als MR-Signal gemessen werden. In diesem Zusammenhang ist zu beachten, dass im Zuge des MR-Experiments keine Messung individueller Spins, sondern lediglich der Gesamtmagnetisierung des aus vielen Spins bestehenden Systems vollzogen wird. Es erfolgt kein Kollaps in Eigenzustände und auch die weitere Evolution der Magnetisierung genügt den rein klassischen Bewegungsgleichungen.

Nach der Anregung durch den HF-Puls sorgen verschiedene Effekte für einen Zerfall des MR-Signals. Es wird dabei zwischen transversaler und longitudinaler Relaxation unterschieden<sup>1</sup>.

Die transversale Relaxation beschreibt den Zerfall der Polarisierung des Spin-Ensembles und damit der transversalen Magnetisierung mit der Zeitkonstanten  $T_2$ . Der Effekt ist auf Wechselwirkungen der Dipole untereinander zurückzuführen.

Die longitudinale Relaxation (Zeitkonstante  $T_1$ ) resultiert aus der Wechselwirkung des Spin-Systems mit der molekularen Umgebung und führt zu einem Rückgang in das von der Boltzmann-Statistik bestimmte thermische Gleichgewicht (siehe Gl. 2.5 sowie Abb. 2.1(b)).

Beide Relaxations-Parameter ( $T_1, T_2$ ) sind geweбетypisch und werden daher in der Bildgebung zur Manipulation des Kontrasts verwendet. Für eine Reihe von Anwendungen werden die Relaxationszeiten explizit quantifiziert (siehe z.B. [22, 109]).

### 2.1.2 Der Messprozess der MRT

Um Schnittbilder mittels MRT aufnehmen zu können, ist die räumliche Zuordnung des in Kap. 2.1.1 beschriebenen MR-Signals notwendig. Dies erfolgt in der Regel durch Überlagerung der Probe mit einem vom Ort  $\vec{r}$  abhängigen Gradientenfeld  $\vec{G} = \nabla|\vec{B}|$ , was in

---

<sup>1</sup>Die transversale Relaxation wird auch als Spin-Spin-Relaxation, die longitudinale als Spin-Gitter-Relaxation bezeichnet.

einer ortsabhängigen Larmorfrequenz resultiert:

$$\omega_L(\vec{r}, t) = \omega_{L_0} + \gamma_I \vec{G}(t) \vec{r} \quad (2.7)$$

Bei einer gegebenen Spindichte  $\rho(\vec{r})$  weist das detektierte Mess-Signal  $K$  die Abhängigkeit

$$K(t) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\vec{r}) e^{i \int_0^t \omega_L(\vec{r}, t') dt'} d^3 \vec{r} \propto e^{i \omega_{L_0} t} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\vec{r}) e^{i \gamma_I \int_0^t \vec{G}(t') dt' \vec{r}} d^3 \vec{r} \quad (2.8)$$

auf [10]. Durch die Einführung der Substitution  $\vec{k} = \gamma_I \int_0^t \vec{G}(t') dt'$  kann die Datenakquisition in der MRT als Messung im reziproken k-Raum verstanden werden:

$$K(\vec{k}) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\vec{r}) e^{i \vec{k} \vec{r}} d^3 \vec{r}, \quad (2.9)$$

Die physikalische Spindichte ist somit über die (inverse) Fouriertransformation  $\check{\mathcal{F}}$  mit dem gemessenen k-Raum-Signal verknüpft:

$$\check{\mathcal{F}}(K(\vec{k})) = \rho(\vec{r}) \propto \int_{-\infty}^{\infty} K(\vec{k}) e^{-i \vec{k} \vec{r}} d^3 \vec{k} \quad (2.10)$$

### 2.1.3 Diskrete und finite Abtastung

In Gleichung 2.10 wird eine idealisierte MR-Bildgebung beschrieben, bei der der gesamte unendlich ausgedehnte k-Raum kontinuierlich abgetastet wird. Technisch durchführbar sind jedoch nur finite Akquisitionen mit einer in der Regel diskreten Abtastrate, d.h. k-Raum-Punkte werden in einem Abstand von  $\Delta k$  innerhalb eines Intervalls von  $-k_{max}$  bis  $+k_{max}$  für sämtliche Dimensionen aufgenommen [71]. Das k-Raum Signal  $K$  aus Gl. 2.10 muss für die Beschreibung einer realistischen Messung entsprechend angepasst werden. Die oben genannte Diskretisierung kann als Multiplikation des k-Raum-Signals mit einem Dirac-Kamm<sup>2</sup> bei einem Abstand von  $\Delta k$  zwischen den Messpunkten interpretiert werden [44]:

$$III(k) = \Delta k \sum_{p=-\infty}^{\infty} \delta(k - p \Delta k), \quad p \in \mathbb{Z} \quad (2.11)$$

Die Begrenzung auf endliche Werte  $\pm k_{max}$  erreicht man durch eine zusätzliche Multiplikation mit einer Boxfunktion

$$box(k) = \begin{cases} 1 & \text{für } |k| \leq k_{max} \\ 0 & \text{für } |k| > k_{max} \end{cases}. \quad (2.12)$$

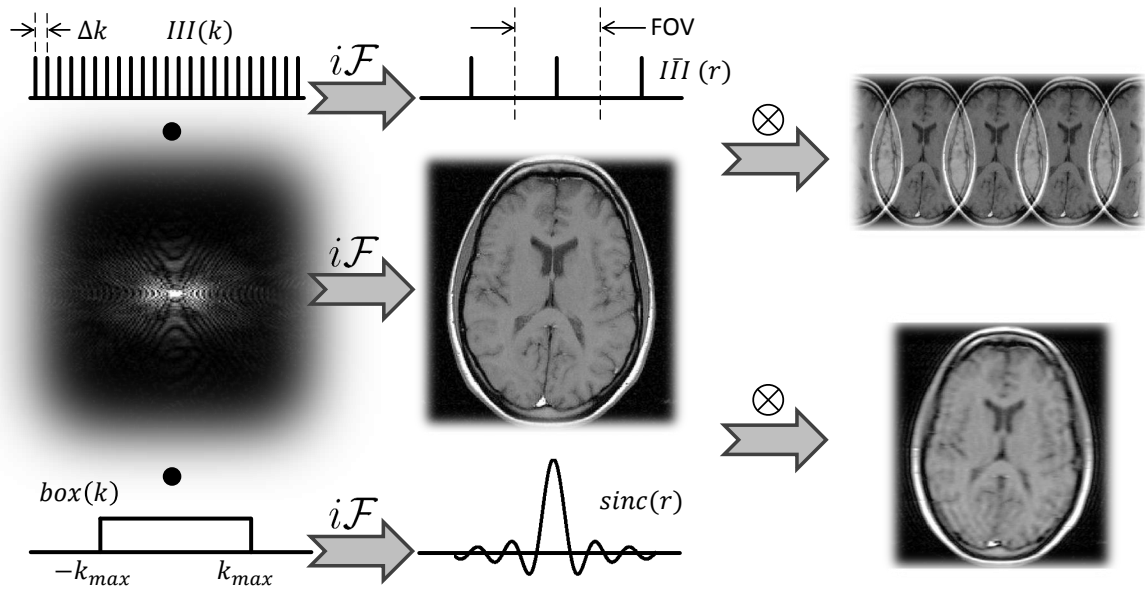
Um den Einfluss der beiden Korrekturen auf das Ortsraumsignal deutlich zu machen, kann das Faltungstheorem der Fouriertransformation herangezogen werden:

$$\mathcal{F}(f \otimes g) \propto \mathcal{F}(f) \cdot \mathcal{F}(g) \quad (2.13)$$

<sup>2</sup>Der Dirac-Kamm wird oft auch als Schah-Funktion bezeichnet.

Eine Multiplikation mit einer Funktion im  $k$ -Raum entspricht demnach einer Faltung mit der Fouriertransformierten dieser Funktion im Ortsraum (siehe Abb. 2.2). Die rein formale Anpassung von Gl. 2.10 resultiert für ein eindimensionales Messbeispiel in der folgenden Beziehung:

$$\rho_{\text{diskret, finit}}(r) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \text{box}(k) \cdot III(k) \cdot K(k) \cdot e^{-ikr} dk \propto \check{\mathcal{F}}(\text{box}(k)) \otimes \check{\mathcal{F}}(III(k)) \otimes \rho(r) \quad (2.14)$$



**Abbildung 2.2:** Illustration der Einflüsse der diskreten und finiten Abtastung mit Hilfe des Faltungssatzes. Der obere Pfad zeigt die Periodizität des Ortsraums in Folge einer diskreten Abtastung. Das FOV ist absichtlich zu klein bzw.  $\Delta k$  zu groß gewählt, um auf die Einfaltungsproblematik aufmerksam zu machen. Unterhalb sind die Folgen einer finiten Abtastung schematisiert. Die Faltung mit einer *sinc*-Funktion führt im Beispielbild zu *Blurring* und einer Überlagerung mit *Gibbs*-Ringen.

## Diskrete Abtastung

Die inverse Fouriertransformierte des Dirac-Kamms ( $\bar{III}(r) = \check{\mathcal{F}}(III(k))$ ) ist erneut ein Dirac-Kamm, wobei die Abstände der Dirac-Stöße indirekt proportional zur ursprünglichen Funktion sind [43]:

$$\bar{III}(r) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \delta(r - 2\pi p / \Delta k) \quad (2.15)$$

Die Faltung mit dieser Funktion im Ortsraum führt zu einer periodischen Wiederholung des Objektes in Abständen von  $2\pi/\Delta k$ :

$$\rho_{\text{diskret}}(r) = I\bar{I}I(r) \otimes \rho(r) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \rho(r - 2\pi p/\Delta k) \quad (2.16)$$

$\Delta k$  sollte demnach hinreichend klein gewählt werden, um eine Überlagerung des Ortsraumsignals zu vermeiden (siehe Abb. 2.2). Entspricht  $B$  der Ausdehnung eines Objektes in einer darzustellenden Dimension, sollte die Kodierung in dieser Richtung folgende Beziehung erfüllen:

$$\Delta k < \frac{2\pi}{B} \quad (2.17)$$

Diese ist auch als Nyquist-Theorem oder -Kriterium bekannt. Umgekehrt kann die maximal darzustellende Ausdehnung als Gesichtsfeld (engl. *Field Of View*, FOV) definiert werden:

$$\text{FOV} = \frac{2\pi}{\Delta k} \quad (2.18)$$

Die bei einem zu klein gewählten FOV auftretenden Einfaltungen von Bildinformation werden auch als *Aliasing* bezeichnet.

## Finite Abtastung

Die inverse Fouriertransformierte der Boxfunktion entspricht einer *sinc*-Funktion [43]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{box}(k) e^{-ikr} dk = \frac{\sin(k_{\max} r)}{k_{\max} r} = \text{sinc}(k_{\max} r), \quad (2.19)$$

mit der das diskret abgetastete Objekt  $\rho_{\text{diskret}}$  zusätzlich gefaltet werden muss (siehe auch Abb. 2.2):

$$\rho_{\text{diskret, finit}}(r) = \rho_{\text{diskret}}(r) \otimes \text{sinc}(k_{\max} r) \quad (2.20)$$

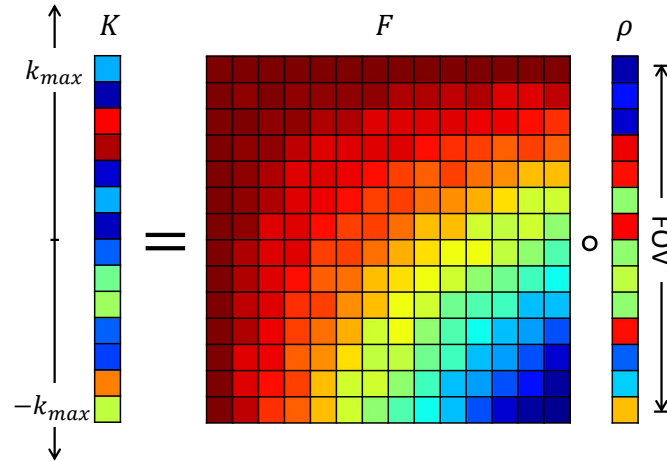
Die Bandbegrenzung im  $k$ -Raum hat damit eine begrenzte Auflösung des Abbildungssystems, welche durch die Breite des Hauptmaximums der *sinc*-Funktion definiert ist, zur Folge. Einträge außerhalb des Maximums der *sinc*-Funktion führen zu einer Kontamination des Signals, die auch als *Gibbs*-Artefakt bezeichnet wird.

Um die Beziehung des  $k$ -Raum-Signals zum Ortsraumsignal weiter zu verdeutlichen, kann das Integral in Gl. 2.14 alternativ zur Anwendung des Faltungssatzes für ein diskretes  $k$ -Raum-Signal der Länge  $2 \cdot N$  auch formal aufgelöst werden:

$$\rho_{\text{diskret, finit}}(r) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \text{box}(k) \cdot III(k) \cdot K(k) \cdot e^{-ikr} dk \propto \sum_{p=-N}^{N-1} K(p\Delta k) e^{-i(p\Delta k)r} \Delta k \quad (2.21)$$

Die digitale Bildauswertung verwendet zur Darstellung der Spindichte ebenfalls eine Ortsraumvariable diskreter Natur [43, 44]

$$\rho_{\text{diskret, finit}}(q\Delta r) \propto \sum_{p=-N}^{N-1} K(p\Delta k) e^{-i(p\Delta k) q\Delta r} \Delta k, \quad (2.22)$$



**Abbildung 2.3:** Diskreter und finiter Messprozess der MRT. Wie das k-Raum-Signal  $K$  der Länge  $2 \cdot N$  wird auch das Ortsraumsignal diskret durch  $2 \cdot N$  Einträge dargestellt ( $\rho$ ). Die beiden Signale sind über die diskrete Fouriertransformation ineinander überführbar.

so dass ein k-Raum-Signal der Länge  $2 \cdot N$  in der Regel in ein Ortsraumsignal übersetzt wird, welches ebenfalls die Länge  $2 \cdot N$  besitzt und damit ein  $\Delta r$  der Größe  $\frac{\text{FOV}}{2 \cdot N}$  realisiert. k-Raum- und Ortsraumsignal (aus Gründen der Übersicht wieder mit  $\rho = \rho_{\text{diskret, finit}}$  bezeichnet) sind über die diskrete Fouriertransformation  $F$  miteinander verknüpft<sup>3</sup>:

$$\rho = \check{F}K \quad \text{bzw.} \quad K = F\rho. \quad (2.23)$$

Die realistische Beschreibung des Bildgebungsprozesses erfolgt schließlich anhand einer einfachen Matrixgleichung (siehe Abb. 2.3) und wird im Folgenden auch als Fourier-Bildgebung bezeichnet. Für die 2D- bzw. 3D-Bildgebung sind die Gleichungen 2.22 und 2.23 entsprechend zu erweitern. Die zweidimensionalen Pixel eines MR-Bildes stellen jedoch immer Projektionen eines dreidimensionalen Voxels des Ortsraums dar.

## 2.1.4 Bildgebungssequenzen

### Gradientenecho

Die Gradientenecho-Sequenz ermöglicht eine vergleichsweise schnelle Bildakquisition (siehe Abb. 2.4(a)). Das Mess-Signal wird, wie der Name bereits impliziert, durch Zuschalten eines dephasierenden und wieder rephasierenden Gradientenpaares erzeugt.

Zur Bestimmung zweidimensionaler MRT-Schichtbilder wird bereits bei der Applikation des HF-Pulses ein linearer Gradient angelegt, um lediglich Spins einer Schicht in Richtung des Gradienten (hier o.B.d.A. mit  $z$  bezeichnet) selektiv anzuregen. Die Schichtposition

---

<sup>3</sup> $\check{F}$  symbolisiert dabei die inverse diskrete Fouriertransformation.

ist über die Frequenz, die Schichtdicke über die Bandbreite des Pulses regulierbar. Die während der Selektion akkumulierte Phase wird durch anschließendes Schalten eines Rephasierers wieder kompensiert.

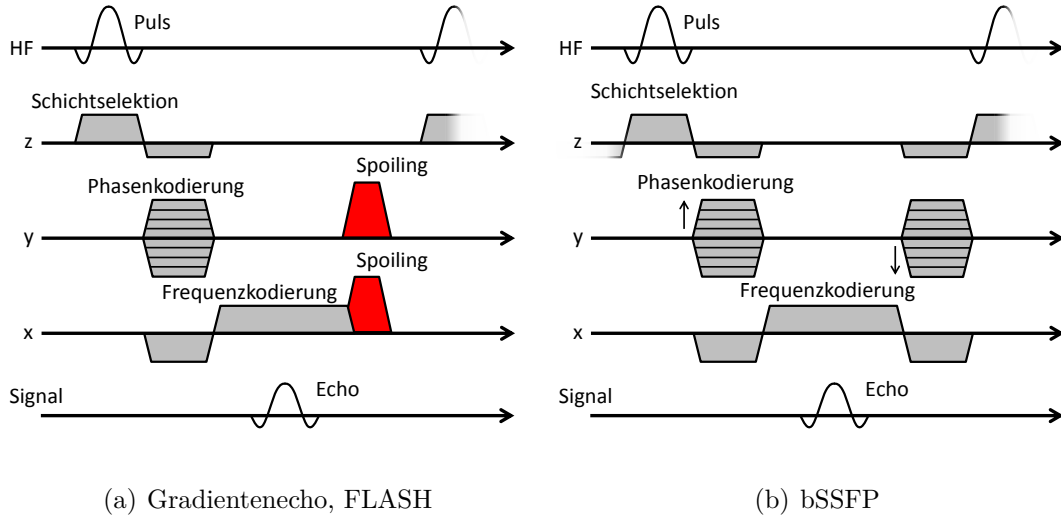
Die beiden verbleibenden Richtungen  $x$  und  $y$  werden bei der in der klinischen Routine nahezu ausnahmslos verwendeten kartesischen Bildgebung mittels Frequenz- und Phasenkodiergradienten kodiert. Zur Frequenzkodierung ( $x$ -Richtung) wird ein Auslesegradient während der Aufnahme des MR-Signals geschaltet, der das zuvor dephasierte Spinsystem sowohl rephasiert (Echo) als auch eine ortsabhängige Frequenz aufprägt. Zusätzlich wird für jeden Anrege-Auslese-Zyklus vor dem Auslesevorgang ein Phasenkodiergradient mit jeweils unterschiedlich großer Amplitude angelegt, wodurch die Spins eine vom Ort  $y$  abhängig modulierte Phase erhalten. Für eine vollständige Aufnahme erfolgt eine zur Füllung des  $k$ -Raums notwendige Anzahl an Phasenkodierschritten/Auslesevorgängen unter Beachtung des Nyquist-Theorems. Die Bildrekonstruktion kann anschließend in Analogie zu Gl. 2.23 über eine inverse 2D-Fouriertransformation durchgeführt werden. Schon durch Verwenden von Flipwinkeln deutlich kleiner als  $90^\circ$  kann eine für die Bildgebung ausreichende Transversalmagnetisierung erreicht werden, während die longitudinale Magnetisierung in der Nähe der Gleichgewichtsmagnetisierung bleibt. Damit steht auch nach der Anregung noch longitudinale Magnetisierung zur Verfügung, die im darauffolgenden Zyklus umgehend verwendet werden kann (engl. *Fast Low-Angle SHot*, FLASH, [45]). Die T1-Relaxation muss nicht abgewartet werden, so dass stark verkürzte Repetitionszeiten (TR) im Vergleich zu einer  $90^\circ$ -Puls-Anregung realisiert werden können. Um die verbleibende Transversalmagnetisierung zu dephasieren, werden nach dem Auslesevorgang sogenannte *Spoiler*-Gradienten geschaltet und die HF-Pulse mit einer für jeden Anregezyklus zufällig variierenden Phase versehen (engl. *RF-Spoiling*).

## Balanced Steady State Free Precession

Eine ebenfalls häufig verwendete schnelle Gradientenechosequenz ist die *Balanced Steady State Free Precession* (bSSFP, [121], siehe Abb. 2.4(b)). Sie verwendet am Ende des Auslesevorgangs keine Dephasierung mittels *Spoiling*, sondern sorgt für eine Aufrechterhaltung der Transversalmagnetisierung in einem stationären Zustand über die Anregungszyklen hinweg. Sämtliche Gradienten sind für eine vollständige Rephasierung des Spinsystems in allen drei Dimensionen symmetrisch ausbalanciert. Die bSSFP zeichnet sich durch einen guten Kontrast zwischen Flüssigkeit und Gewebe sowie ein hervorragendes SNR aus.

### 2.1.5 Die Punktspreizfunktion

Eine allgemeine, abstrakte Beschreibung bildgebender Systeme - nicht nur in der MRT - ermöglicht die Punktspreizfunktion (engl. *Point Spread Function*, PSF, [77, 48]). Mittels physikalischer Messungen erstellt ein bildgebendes System  $T$  ein Abbild  $I(\vec{r})$  eines realen



**Abbildung 2.4:** Kartesische Bildgebung mittels Gradientenecho. Bei der Anregung durch den HF-Puls wird zur Selektion einer Schicht des Objektes ein Schichtgradient geschaltet. Die dadurch aufgeprägte Phase wird durch anschließende Inversion wieder eliminiert. Es folgt die Phasenkodierung (y) bei gleichzeitiger Dephasierung der Spins mittels eines Gradienten in x-Richtung. Der anschließende Auslesegradient rephasiert das Spinsystem in x-Richtung und erzeugt das Gradientenecho. Dabei kodiert er die x-Richtung durch Frequenzmodulation. Der Prozess wird unter variablen Amplituden des Phasenkodiergradienten bis zur Füllung des k-Raums wiederholt (siehe Abb. 2.8(a)). Durch *Spoiler*-Gradienten wird bei der FLASH-Sequenz vor der nächsten Anregung die verbleibende Transversalmagnetisierung zerstört (siehe 2.4(a)). Die bSSFP hingegen sorgt durch Ausbalancieren sämtlicher Gradienten nach dem Auslesevorgang für eine Aufrechterhaltung der Transversalmagnetisierung über die Zyklen hinweg.

Objektes  $O(\vec{r})$ :  $I(\vec{r}) = T(O(\vec{r}))$ . Falls die dabei vollzogene Transformation  $T$  linear ist

$$\sum_i T(\lambda_i O_i) = \sum_i \lambda_i T(O_i), \quad (2.24)$$

ist diese aufgrund des Superpositionsprinzips vollständig mittels ihrer Green-Funktion  $G$  definiert:

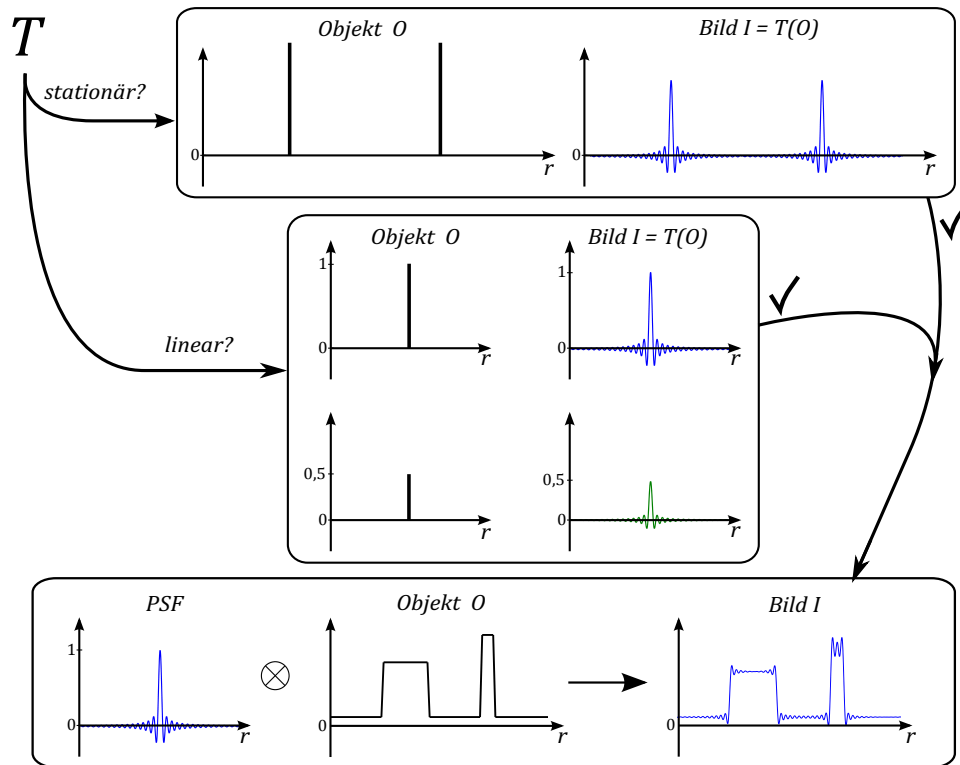
$$I(\vec{r}) = \int d\tilde{\vec{r}} G(\vec{r}, \tilde{\vec{r}}) O(\tilde{\vec{r}}). \quad (2.25)$$

$G$  beschreibt dabei die Transformation einer am Ort  $\tilde{\vec{r}}$  befindlichen Punktquelle  $\delta(\vec{r} - \tilde{\vec{r}})$ . Für zusätzlich verschiebungsinvariante (stationäre)  $T$  folgt:  $G(\vec{r}, \tilde{\vec{r}}) = G(\vec{r} - \tilde{\vec{r}})$ .  $G$  wird in diesem Fall als PSF der Abbildung bezeichnet und Gl. 2.25 kann als Faltung formuliert werden (siehe Abb. 2.5):

$$I(\vec{x}) = (\text{PSF} \otimes O)(\vec{r}) = \int d\tilde{\vec{r}} \text{PSF}(\vec{r} - \tilde{\vec{r}}) O(\tilde{\vec{r}}). \quad (2.26)$$



Damit beinhaltet die PSF die vollständige Information über die Transformationseigenschaften des linearen und stationären Abbildungssystems. Sie repräsentiert den bildgebenden Prozess in einer Funktion.

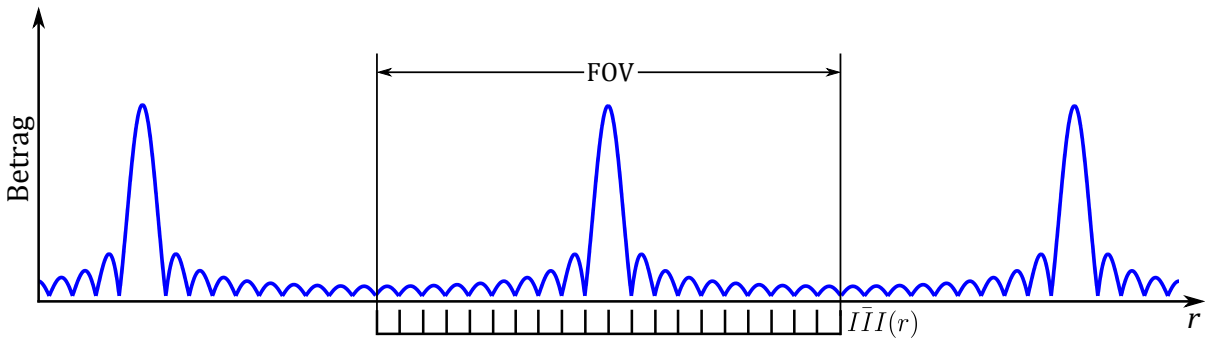


**Abbildung 2.5:** Ein stationäres Bilgebungssystem zeichnet sich durch eine Translationsinvarianz der Bildgebungseigenschaften aus. Objektinformation wird unabhängig vom Ort abgebildet. Ein lineares System realisiert Proportionalität zwischen Objekt- und Bildamplitude. Sind beide Voraussetzungen erfüllt, kann die Bildgebung als Faltung des Objektes mit einer spezifischen PSF verstanden werden. Die PSF charakterisiert die Transformation damit eindeutig.

In der Realität sind Abbildungssysteme allenfalls in guter Näherung linear und stationär. Die MRT kann in einem gewissen FOV als linear betrachtet werden. Die aufgeprägten Sensitivitäten der verwendeten Spulen führen eine zusätzliche ortsabhängige Modulation der Signalintensität ein, so dass im Allgemeinen nicht von strikter Stationarität ausgegangen werden kann. Diese Translationsvarianz kann jedoch mit einfachen Mitteln korrigiert werden, so dass die PSF auch ein effektives Werkzeug zur Beschreibung der MRT darstellt.

Da in der MRT die Datenakquisition im  $k$ -Raum stattfindet, liegt eine äquivalente Betrachtung zur PSF im  $k$ -Raum nahe. Das Pendant der PSF in dieser Basis wird als Modulationstransferfunktion (engl. *Modulation Transfer Function*, MTF) bezeichnet [104]. Setzt man eine strikt lineare und stationäre MR-Bildgebung voraus, so ergibt sich mit den Überlegungen aus Kap. 2.1.3 eine PSF, die eine periodische Wiederholung von *sinc*-

Funktionen darstellt (siehe Abb. 2.6). Die Periodizität hat die Begrenzung des FOVs zur



**Abbildung 2.6:** PSF der linearen, stationären MR-Bildgebung. Die endliche und diskrete Abtastung führt zu einer periodischen Wiederholung von *sinc*-Funktionen. Unterhalb des Funktions-Plots ist die Diskretisierung des Ortsraums angedeutet. Auf dem diskreten Ortsraumgitter hat die PSF lediglich einen Eintrag im Zentrum.

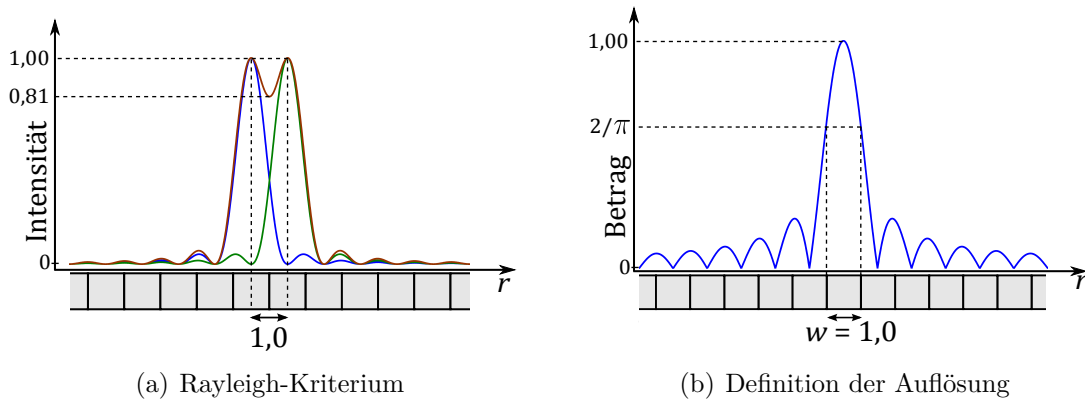
Folge (siehe Gl. 2.18). Die Breite des Hauptmaximums der PSF kann für die Definition der Auflösung des Abbildungssystems herangezogen werden. Das sogenannte Rayleigh-Kriterium besagt, dass zwei Punktobjekte in einem Bild genau dann voneinander unterscheidbar sind, falls die Bildintensität zwischen ihnen mindestens auf 81% abfällt (siehe Abb. 2.7(a), [53]).

Dies ist genau dann erfüllt, wenn der Abstand der beiden Objekte gleich der nominellen Auflösung des diskreten Ortsraumgitters ist (siehe Abb. 2.3):  $\Delta r_{nom} = \frac{FOV}{2 \cdot N}$ .  $\Delta r_{nom}$  entspricht der Größe einer diskreten Einheit (Pixel, Voxel) in der betrachteten Dimension,  $2 \cdot N$  gibt die Anzahl der diskreten Einheiten an.

Als Auflösung  $w$  einer Abbildung wird die Breite des Hauptmaximums der PSF an der Stelle definiert, an welcher der Betrag auf ca. 64% ( $2/\pi$ ) des Maximums abgefallen ist. Die Fourier-Bildgebung ruft auf dem in Abb. 2.3 eingeführten diskreten Ortsraum-Gitter eine PSF mit einem  $w$  von exakt einem diskreten Bildelement hervor ( $w=1$ , siehe Abb. 2.7(b)). Alle Werte für  $w$  werden in der Folge in Einheiten dieses diskreten Bildelements angegeben, so dass sämtliche  $w$  größer als eins als Auflösungsverlust (engl. *Blurring*) gegenüber der idealen Fourier-Bildgebung interpretiert werden.

### 2.1.6 Signal-zu-Rausch-Verhältnis

Eine sinnvolle orts aufgelöste MR-Bildgebung ist nur dann möglich, wenn das in einem diskreten Volumenelement (Voxel) akquirierte MR-Signal den statistischen Fehler, auch als (Mess-)Rauschen bezeichnet, dominiert. Die Brown'sche Bewegung im Messobjekt sowie die thermische Bewegung der Elektronen in der Empfangsspule induzieren eine Spannung, welche die durch die Spin-Präzession hervorgerufene Spannung überlagert [71].



**Abbildung 2.7:** (a) zeigt den Grenzfall, in dem zwei punktförmige Objekte nach dem Rayleigh-Kriterium gerade noch unterscheidbar sind. Die Einzelbilder entstehen mittels Faltung der Objekte mit der PSF (blaues und grünes Signal). In der Summe entsteht das rote Signal, dessen Intensität zwischen den Bildern auf 81% absinkt. Der Abstand der Punkte im Ortsraum entspricht nach der in Kap. 2.1.3 eingeführten Diskretisierung des Ortsraums (vgl. Abb. 2.3) exakt einer diskreten Einheit, wie unterhalb der Signalverläufe angedeutet. Abbildung (b) zeigt die Definition der Auflösung  $w$  als Breite des Hauptmaximums bei einem Signalbetragsabfall der PSF auf  $2/\pi \approx 64\%$ . Auf dem diskreten Ortsraumgitter entspricht auch dies exakt einer diskreten Einheit. Zu beachten: Links ist die Intensität, rechts der Betrag im Ortsraum aufgetragen.

Ein Maß, das die Güte der Messung bezüglich dieses Einflusses quantifiziert, stellt das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (engl. *Signal-to-Noise Ratio*, SNR) dar:

$$\text{SNR} = \frac{S}{\text{SD}} \quad (2.27)$$

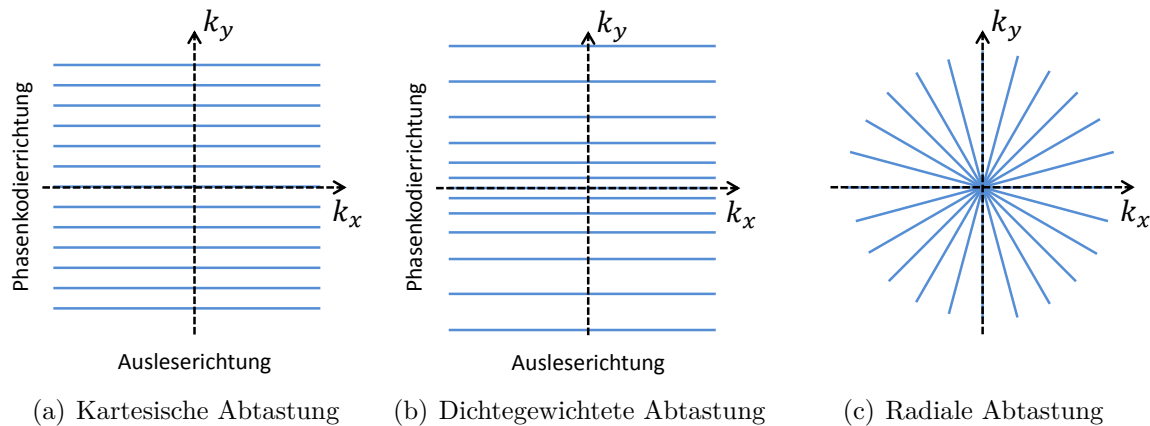
Für eine vielfach wiederholte Aufnahme repräsentiert  $S$  den Mittelwert des in einem Voxel kodierten Signalwertes,  $\text{SD}$  gibt dessen Standardabweichung an. Das SNR kann anhand eines einzelnen Bildes durch Betrachten zweier Bereiche von Interesse (engl. *Region Of Interest*, ROI) näherungsweise bestimmt werden [25].  $S$  wird dazu durch Mittelwertbildung der Signalwerte in einem ROI über das gewünschte Gewebe,  $\text{SD}$  durch Bilden der Standardabweichung der Werte in einem ROI, das nur Hintergrundrauschen kodiert, ermittelt. Exaktere Methoden einer Bestimmung des SNRs sehen mehrfache Wiederholungen der Bildakquisition [102] oder auch separate Rauschmessungen [84] vor.

Das SNR weist eine direkte Proportionalität zur Wurzel der Messzeit sowie eine direkte Proportionalität zum Voxelvolumen auf, so dass Akquisitionszeit und Ortsauflösung konkurrierende Größen repräsentieren. Im Hochfeldbereich kann außerdem von einer direkten Proportionalität des SNRs zur  $B_0$ -Feldstärke ausgegangen werden [44]. Eine prinzipielle Verbesserung der Bildqualität wird demnach durch Einführung von Tomographen mit größeren Magnetfeldstärken beabsichtigt. Allerdings muss dabei auch ein weiterer Qualitätsparameter, die Artefaktintensität der MR-Sequenzen, bewertet werden.

### 2.1.7 Trajektorien

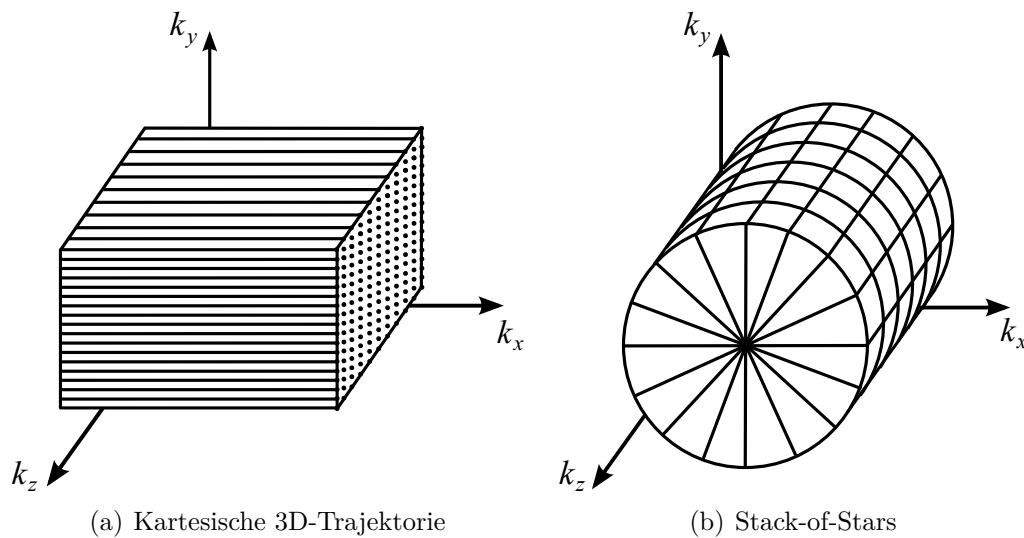
Neben der kartesischen Auslesetechnik existiert für die Schichtbildgebung eine Reihe alternativer Trajektorien. Die dichtegewichtete Bildgebung verwendet variable  $\Delta k$  in Phasenkodierrichtung ([38], siehe Abb. 2.8(b)), um Aufnahmen mit einem optimierten SNR bei einer gegebenen PSF zu erhalten. Die radiale Bildgebung hingegen verzichtet vollständig auf Phasenkodiergradienten. Sie dreht die Ausleserichtung sukzessive im  $k$ -Raum (siehe Abb. 2.8(c)). Dabei zeichnet sie sich durch eine stark ansteigende Abtastdichte im  $k$ -Raum-Zentrum in beiden Dimensionen aus. MR-Bildgebung mit radialen Trajektorien ist im Vergleich zur kartesischen Bildgebung weniger anfällig für Bewegungsartefakte, was mit der Überabtastung des  $k$ -Raum-Zentrums zu erklären ist.

Um eine Rekonstruktion mittels schneller Fouriertransformation (engl. *Fast Fourier Transform*, FFT) durchführen zu können, müssen bei nichtkartesischen Trajektorien die gemessenen Daten zunächst auf ein kartesisches Gitter „verschoben“ werden. Dieser Vorgang wird als *Gridding* bezeichnet.



**Abbildung 2.8:** Verschiedene Möglichkeiten der 2D- $k$ -Raum-Abtastung. Die meist verwendete kartesische Abtastung (a) benutzt eine Frequenzkodierung in Ausleserichtung unter Phasenkodiergradienten mit gleichen Abständen. Bei der dichtegewichteten Abtastung ((b), [38]) findet eine entsprechende Messung unter variablen Abständen in Phasenkodierrichtung statt. Das radiale Muster (c) benutzt keinerlei Phasenkodierung, sondern Projektionen unter verschiedenen Winkeln.

In der 3D-Bildgebung wird üblicherweise eine relativ breite Schicht bzw. das gesamte Volumen angeregt. Die zusätzliche Dimension ( $z$ ) wird dabei durch eine weitere Phasenkodierung in Partitionen unterteilt (kartesische 3D-Bildgebung, siehe Abb. 2.9(a)). Für die 3D-Bildgebung existieren ebenfalls alternative Trajektorien wie z.B. die „Stack-of-Stars“-Technik [79], die eine radiale Abtastung innerhalb der Partitionen verwendet (siehe Abb. 2.9(b)).



**Abbildung 2.9:** 3D-Trajektorien. Bei der kartesischen 3D-Bildgebung wird das angeregte Volumen mittels zweier Phasenkodierungen ( $k_y$  und  $k_z$ ) und einer Frequenzkodierung ( $k_x$ ) akquiriert. Bei der Stack-of-Stars-Trajektorie wird die Dimension  $z$  ebenfalls per Phasenkodierung separiert, die verbleibenden beiden Richtungen  $k_x$  und  $k_y$  werden hingegen radial ausgelesen.

## 2.2 Compressed Sensing

In der klassischen Theorie der Signalverarbeitung ist der Abtastfrequenz für das Spektrum eines kontinuierlichen Ortsraumsignals eine feste untere Schranke gesetzt, die bereits als Nyquist-Kriterium (siehe Gl. 2.17 in Kap. 2.1.3) eingeführt wurde. Für eine bestimmte Auflösung ( $k_{max}$ ) und ein definiertes FOV muss demnach ein Mindestmaß an Daten gemessen werden. Die Unterschreitung von  $k_{max}$  führt zu einem Auflösungsverlust, die Verletzung von Gl. 2.17 zu Aliasing.

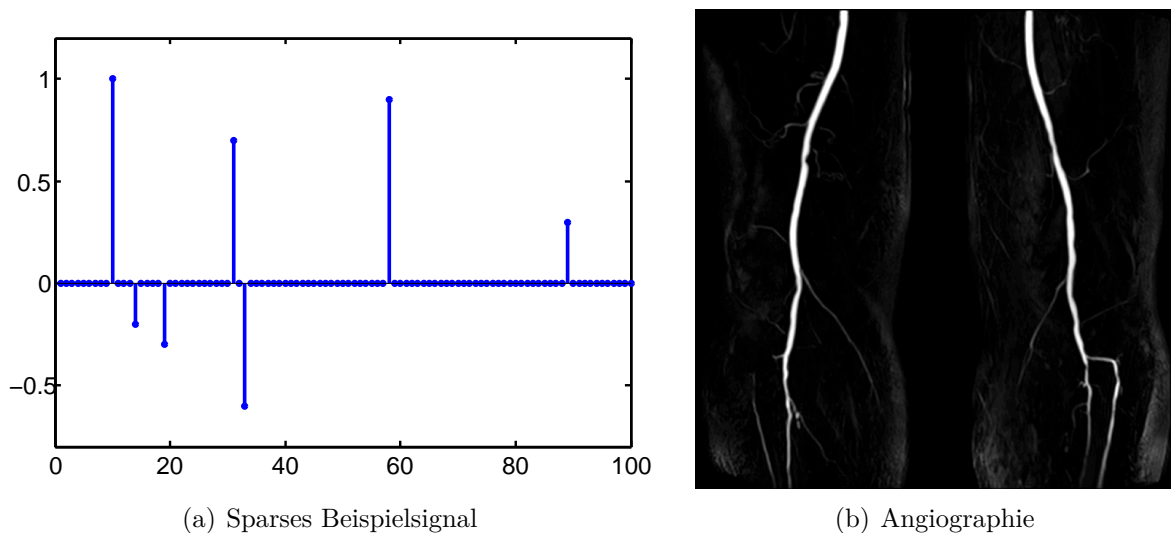
Das Nyquist-Kriterium setzt einzig die Bandbegrenzung des abzutastenden Signals voraus und betrachtet seine sonstige Gestalt als vollständig unbekannt. Sind allerdings zusätzliche Informationen über diese Gestalt bekannt („Vorwissen“), besteht die prinzipielle Möglichkeit einer Auflockerung der festgesetzten Grenze.

So ermöglicht die Anfang des Jahrtausends eingeführte JPEG-2000-Technik bereits eine teils stark komprimierte Speicherung digitaler Bildinformation. Sie erfordert zwar immer noch die Aufnahme der vollen, dem Nyquist-Kriterium genügenden Datenmenge, erlaubt jedoch eine erhebliche Reduktion der zur Darstellung des Signals notwendigen Daten. Die Technik macht sich die Eigenschaften natürlicher Signale unter der Anwendung der diskreten Wavelet-Transformation zu Nutze. Im Gegensatz zur Ortsraumbasis ermöglicht die Wavelet-Basis meist eine kompakte Darstellung mittels weniger Koeffizienten. Mit diesem „Vorwissen“ ist es möglich, ein Signal unter Umständen auch mit einem Datensatz, dessen Größe weit unterhalb der zur Erfüllung von Gl. 2.17 notwendigen Größe liegt, zu kodieren. Während JPEG-2000 ebenfalls eine verlustfreie Kompression ermöglicht, kann

für höhere Kompressionen ein relativ großer Teil der kleinsten Wavelet-Koeffizienten ohne nennenswerten Qualitätsverlust vernachlässigt werden (siehe auch Abb. 2.12).

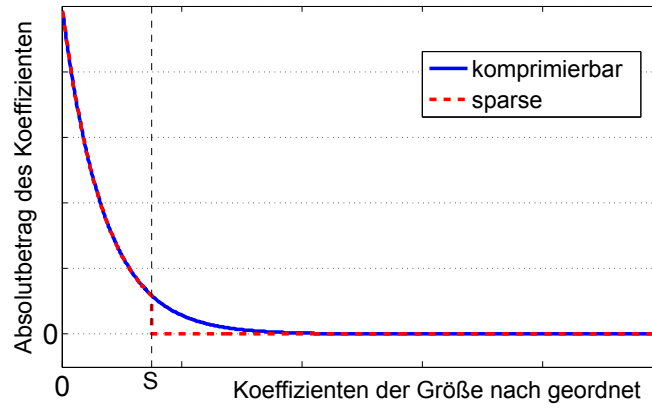
Die sich aufdrängende Frage in diesem Kontext ist: Muss überhaupt der volle, dem Nyquist-Kriterium genügende Datensatz akquiriert werden, wenn anschließend eine teils stark komprimierte Darstellung erfolgen kann? Die Antwort wurde in [14, 29] durch die vorgestellte Compressed Sensing (CS) Theorie gegeben. Sie eröffnet die Möglichkeit, unter Ausnutzung von Vorwissen über das zu messende Signal, eine komprimierte und daher reduzierte Messung durchzuführen. In der Literatur sind bereits zahlreiche Übersichts-Artikel zur Einführung der Thematik vorhanden (u.a. [61, 16, 4, 57]). Die folgenden Ausführungen geben eine kurze Zusammenfassung der CS-Theorie. Sie behandeln zunächst die wichtigsten Aussagen der mathematischen Grundlagen von CS und vollziehen anschließend den Übergang zu einer konkreten Verwendung in der MRT.

### 2.2.1 Sparse und komprimierbare Signale



**Abbildung 2.10:** (a) Sparses 1D-Signal: Nur sieben der insgesamt 100 Einträge sind ungleich null. (b) Ein im Ortsraum komprimierbares Signal: MR-Angiographie der Beingefäße. Der Großteil der Koeffizienten (Pixel) ist null oder lediglich mit Rauschen belegt und trägt keinerlei Information über das darzustellende Objekt.

Um einen Teil der nach Gl. 2.17 notwendigen Messungen einsparen zu können, muss ein gewisses Vorwissen (engl. *prior knowledge*) über das diskret und finit darzustellende Signal vorhanden sein. In der CS-Theorie wird die Eigenschaft der „Sparsität“ (von engl. *sparse*, dünnbesetzt) ausgenutzt: Das Signal lässt sich durch wenige von null verschiedene Koeffizienten kompakt darstellen (siehe Abb. 2.10(a)). Der Informationsgehalt des gesamten Signals ist daher weitaus geringer als es die gewählte Kodierung ermöglichen würde. Ist die Sparsität des Signals bereits im Vorfeld der Messung bekannt, kann



**Abbildung 2.11:** Koeffizienten eines sparsen sowie eines komprimierbaren Signals, jeweils der Größe nach geordnet. Das  $S$ -sparse Signal besitzt  $S$  Einträge ungleich null. Das komprimierbare Signal fällt exponentiell auf null ab. Beide Signale eignen sich für eine Anwendung der CS-Theorie.

der Messprozess signifikant beschleunigt werden: Es muss weniger Information akquiriert werden, um eine eindeutige Darstellung des Signalverlaufes realisieren zu können.

Für eine Applikation der CS-Technik hat die Sparsität nicht zwangsläufig in der zur Darstellung notwendigen Basis vorzuliegen (z.B. Ortsraum für MR-Bilder). Die Kenntnis einer beliebigen Basis, in welcher das Signal eine sparse Repräsentation besitzt, genügt. Die sparse Transformation entspricht der Entwicklung des Signalvektors  $\rho$  der Länge  $n$  in eine Orthonormalbasis  $\Psi = [\Psi_1 \Psi_2 \Psi_3 \dots \Psi_n]$  mit den Koeffizienten  $s_i$  [16, 57, 4]:

$$\rho = \sum_{i=1}^n s_i \Psi_i \quad (2.28)$$

In Matrixschreibweise kann die Transformation folgendermaßen formuliert werden:

$$\rho = \Psi s \quad (2.29)$$

Das Signal  $\rho$  ist demnach  $S$ -sparse bezüglich der Orthonormalbasis  $\Psi$ , falls lediglich  $S$  Einträge  $s_i$  von null verschieden sind.

Eine etwas schwächere aber dennoch für CS-Rekonstruktionen hinreichende Eigenschaft ist die Komprimierbarkeit eines Signals. Diese ist bereits gegeben, wenn die Koeffizienten  $s_i$  in ihrem Betrag exponentiell abfallen (siehe Abb. 2.11). Ordnet man die Einträge  $s_i$  ihrem Betrag nach absteigend, so ist  $\rho$   $\omega$ -komprimierbar bezüglich  $\Psi$ , falls für den  $k$ -größten Koeffizienten  $s_i^{(k)}$  gilt [57]:

$$|s_i^{(k)}| \leq \text{Const} \cdot k^{-\omega}, \quad (2.30)$$

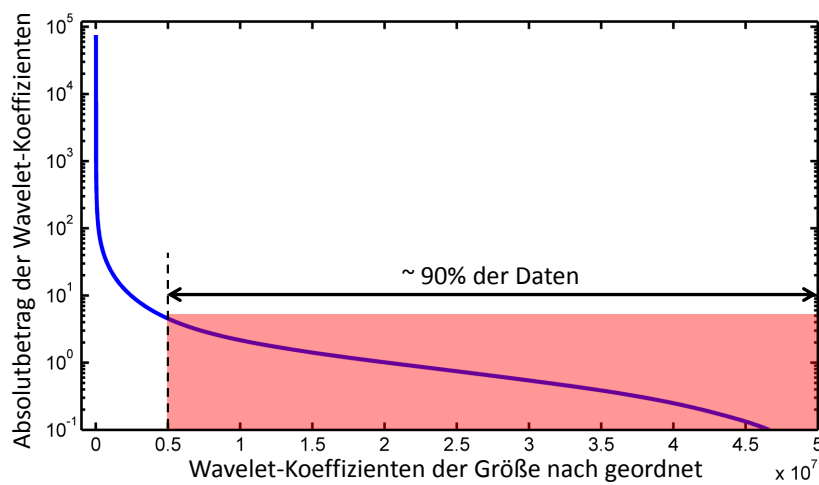
Ist  $\omega$  groß, so ist das Signal stark in  $\Psi$  konzentriert und folglich gut komprimierbar. In der medizinischen Bildgebung repräsentiert die Angiographie ein Paradebeispiel für ein komprimierbares (Bild-)Signal (siehe Abb. 2.10(b)).

Der Nutzen der Komprimierbarkeit eines Signals in der Wavelet-Basis ist anhand einer





(a) Koala-Bild mit allen Wavelet-Koeffizienten    (b) Koala-Bild mit 10% der Wavelet-Koeffizienten



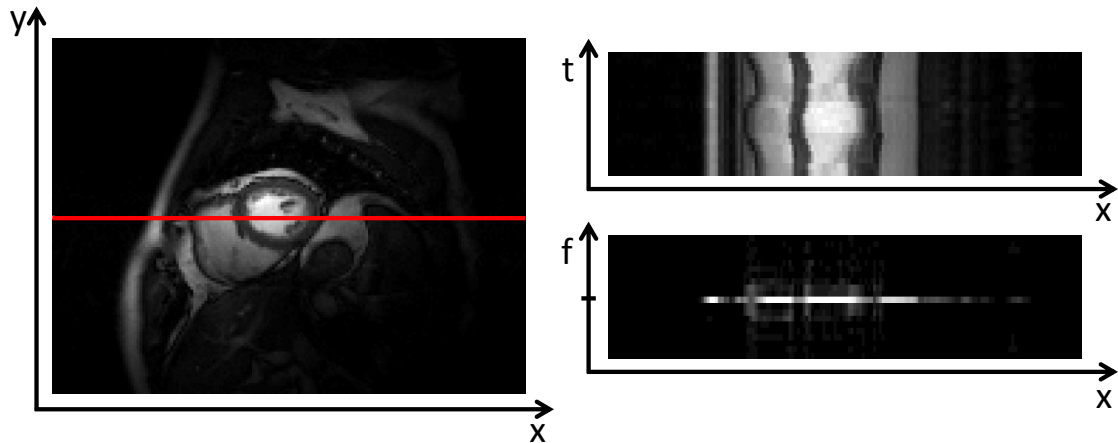
(c)

**Abbildung 2.12:** Kompression eines Koala-Bildes mittels einer Wavelet-Transformation. Das Koala-Bild in Abb. 2.12(a) kann ohne sichtbaren Verlust an Bildqualität mit lediglich 10% der Wavelet-Koeffizienten dargestellt werden (siehe Abb. 2.12(b)). Dazu wurden die kleinsten 90% aller Koeffizienten in der Wavelet-Basis auf null gesetzt (siehe roter Bereich in Abb. 2.12(c)) und das Bild zurück in den Ortsraum transformiert. Diese Prozedur reduziert den Speicherbedarf des Bildes um 90%.

Fotografie in Abb. 2.12 illustriert. Die Daten des Koala-Bildes können auf lediglich 10% der größten Koeffizienten reduziert werden, ohne dass ein Unterschied im Ortsraum visuell erkennbar wird, d.h. ein Großteil der Daten kann ohne einen nennenswerten Verlust an Bildqualität verworfen werden. Ähnliche Prinzipien werden im JPEG-2000-Format ausgenutzt, das eine erhebliche Ersparnis an Speicherkapazität eröffnet und sich dadurch auch für die Datenübertragung als außerordentlich vorteilhaft erweist.

In der MRT werden neben Einzelaufnahmen auch Bilderserien eines Objekts über einen gewissen Zeitraum hinweg akquiriert, um dynamische Vorgänge wie etwa das Schlagen des





**Abbildung 2.13:** x-f-Sparsität einer funktionellen Herzbildgebungsserie. Der x-t-Plot zeigt den Verlauf der rot markierten Linie in die zeitliche Dimension (20 Herzphasen). Schon hier wird deutlich, dass lediglich ein geringer Teil des Bildes einer zeitlichen Änderung unterworfen ist. Die im x-f-Plot dargestellte Frequenzanalyse repräsentiert diese in einer sparsen Darstellung.

Herzens darstellen zu können. Derartige Serien zeichnen sich häufig durch eine hohe Redundanz in der zeitlichen Dimension aus, weil lediglich ein kleiner Bereich des Bildes einer Veränderung unterworfen ist. Der zeitliche Frequenzraum repräsentiert in solchen Fällen oft eine sparse Basis, da er lediglich die Information der Bewegung kodiert. Eine Bilderserie kann infolgedessen durch eine Fouriertransformation in Zeitrichtung sparsifiziert werden ([37, 67], siehe Abb. 2.13). Eine alternative Methode besteht in der Bestimmung eines zeitlichen Mittelbildes der Serie, welches zur Sparsifizierung von den Einzelbildern subtrahiert werden kann (siehe z.B. [110]).

Noch vorteilhafter als eine Kompression vollständig akquirierter Bilddaten ist die durch CS eröffnete Möglichkeit, sparse oder komprimierbare Signale auch unter Verletzung des Nyquist-Kriteriums hinreichend abtasten zu können. Die Realisierung dessen wird im Folgenden näher erläutert.

### 2.2.2 Linearer Messprozess und Inkohärenz

Ist bereits Vorwissen über das zu messende Signal vorhanden, muss für eine möglichst effiziente Akquisition lediglich die noch unbekannte Information „nachbestimmt“ werden. Die CS-Technik realisiert dies mittels einer linearen Messung der diskreten Signalkoeffizienten. Für eine Anwendung in der Bildgebung werden Koeffizienten daher nicht direkt im Ortsraum (Pixel) gemessen. Vielmehr wird eine Akquisition von Linearkombinationen dieser Koeffizienten vorausgesetzt. Der in der MRT verwendete Messprozess der Fourier-Bildgebung repräsentiert eben jenes lineare Messprinzip (siehe Gl. 2.21) und ist daher

prädestiniert für die Anwendung von CS.

Wird ein Signal unterhalb des Nyquist-Kriteriums abgetastet, sollte die reduzierte Messung ein Maximum an Information akquirieren, um eine hybride Signalrekonstruktion aus Vorwissen und reduzierter Messung zu ermöglichen. Ein Maß, das die Klassifizierung einer solchen Akquisition ermöglicht, ist die Kohärenz  $\mu(\Phi, \Psi)$  zwischen der orthonormalen Messbasis  $\Phi$  und der orthonormalen Basis  $\Psi$ , in der das Signal eine sparse bzw. komprimierbare Darstellung besitzt [16, 61]:

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{n} \cdot \max_{1 \leq k, j \leq n} |\langle \varphi_k, \psi_j \rangle| \quad (2.31)$$

Sie misst die größte Korrelation je zweier Elemente aus  $\Phi$  und  $\Psi$  und nimmt Werte im Intervall  $[1, \sqrt{n}]$  an [16].

Für CS erweist sich eine möglichst kleine Kohärenz als sinnvoll. Ein sparses Signal wird dadurch maximal auf die Koeffizienten der Messbasis verteilt. Eine entsprechende lineare Messung kann infolgedessen ein hohes Maß an Signalinformation akquirieren.

Das Fourierpaar der klassischen MRT aus k- und Ortsraum besitzt exakt diese optimale Bedingung und realisiert bereits eine Kohärenz von  $\mu = 1$  [16].

Wird statt der vollständigen Akquisition  $K$  eine Unterabtastung  $K_u$  vorgenommen, muss in Gl. 2.23 die quadratische Fouriermatrix  $F$  durch eine partielle Matrix  $P$  ersetzt werden:

$$K_u = P\rho \quad (2.32)$$

$P$  misst lediglich  $m$  der zur Erfüllung des Nyquist-Kriteriums notwendigen  $n$  linearen Messungen (siehe Abb. 2.14). Die Inversion von Gl. 2.32 stellt daher ein unterbestimmtes System dar, dessen direkte Lösung nicht möglich ist. Statt dessen spannen die gemessenen Daten einen Unterraum  $U$  möglicher Lösungen auf.

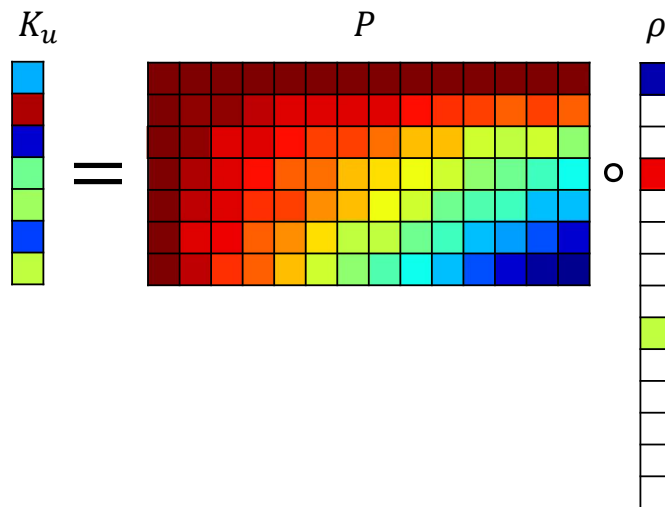
In den folgenden beiden Kapiteln wird aus Gründen der Übersichtlichkeit o.B.d.A. davon ausgegangen, dass das darzustellende Signal  $\rho$  bereits im Ortsraum eine sparse Repräsentation besitzt ( $\Psi = \mathbb{1}$ ).

### 2.2.3 Rekonstruktion sparser Signale aus unterabgetasteten Daten

Das Ziel einer CS-Rekonstruktion ist es, die korrekte Lösung  $\rho$  im durch 2.32 aufgespannten Unterraum  $U$  aufzufinden. Dies kann nur unter Hinzunahme zusätzlicher Information erfolgen. Im Fall einer CS-Rekonstruktion wird dazu das Vorwissen der Sparsität von Signalen ausgenutzt.

Mathematisch kann eine Lösung inverser Probleme mit Hilfe von Optimierungsverfahren bestimmt werden. Oftmals wird dazu die Lösung mit minimaler Energie unter der euklidischen  $l_2$ -Norm aus dem Lösungsunterraum ausgewählt. Dies kommt der Minimierung der  $l_2$ -Norm unter Beachtung der gemessenen Information gleich:

$$\min_{\rho} \|\rho\|_{l_2} \quad \text{unter } P\rho = K_u \quad (2.33)$$



**Abbildung 2.14:** Illustration der Matrixoperation einer unterabgetasteten linearen Messung eines im Ortsraum sparsen Vektors  $\rho$ . Anstatt der zur Einhaltung des Nyquist-Theorems notwendigen 14 Messungen, werden lediglich 7 lineare Messungen in  $K_u$  akquiriert. Eine direkte Inversion der partiellen Fouriermatrix  $P$  ist damit nicht mehr möglich. Aufgrund der Eigenschaften des Fourierpaars Orts- und k-Raum ist in  $K_u$  jedoch Information über das gesamte Signal  $\rho$  kodiert.

Allerdings führt diese Optimierung, wie in Abb. 2.15(a) illustriert, nicht bevorzugt zu einer sparsen Lösung. Um dem Vorwissen gerecht zu werden, muss die  $l_2$ -Norm in Gleichung 2.33 durch ein besser geeignetes Maß ersetzt werden. Die als  $l_0$ -Norm bezeichnete Metrik [61]

$$\|b\|_{l_0} = S = \#\{t : b_t \neq 0\} \quad (2.34)$$

misst die Anzahl der Einträge ungleich null und damit exakt die Sparsität  $S$  eines Vektors  $b$ . Algorithmen zur Lösung des entsprechenden Minimierungsproblems sind jedoch kombinatorischer Natur und erfordern eine exponentiell ansteigende und somit sehr ineffiziente Laufzeit.

Alternativ wird daher in der Regel auf die  $l_1$ -Norm ausgewichen (siehe Abb. 2.15(b)):

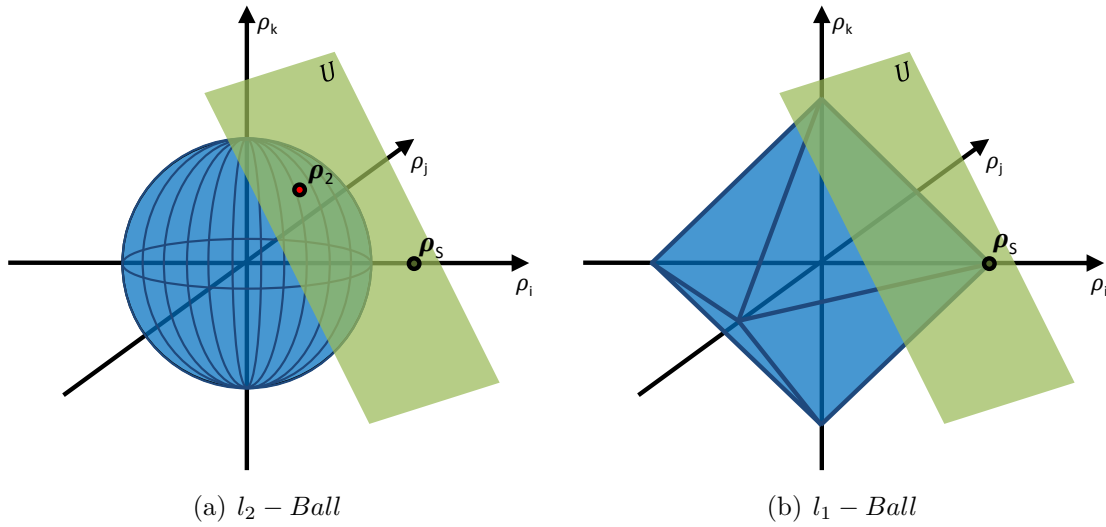
$$\|b\|_{l_1} = \sum_{t=1}^n |b_t|, \quad (2.35)$$

die die Beträge sämtlicher Vektorelemente aufaddiert. Sie begünstigt ebenfalls sparse Lösungen [27], das konvexe Optimierungsproblem

$$\min_{\rho} \|\rho\|_{l_1} \text{ unter } P\rho = K_u \quad (2.36)$$

besitzt jedoch eine deutlich geringere Berechnungskomplexität.

Es kann gezeigt werden (siehe [85, 16]), dass ein  $S$ -sparses Signal der Länge  $n$  aus  $m$  zufällig ausgewählten linearen Messungen mittels Gl. 2.36 mit einer Wahrscheinlichkeit



**Abbildung 2.15:** Grafische Darstellung der Dekodierung mittels Minimierung unterschiedlicher Normen [4]. Der Signalvektor  $\rho$  hat aus Mangel an darstellbaren Dimensionen lediglich die Länge drei. Die Überlegungen sind jedoch gleichbedeutend auf Signalvektoren üblicher Länge übertragbar. (a) illustriert den Minimierungsalgorithmus in Gl. 2.33. Der Lösungsunterraum  $U$  gibt eine Hyperebene vor, die sämtliche mit der unterabgetasteten Messung vereinbare Lösungen - auch die sparse Lösung  $\rho_s$  - enthält. Die Minimierung der  $l_2$ -Norm ist mit der Einbeschreibung eines  $l_2$ -Balls identisch. Der Schnittpunkt  $\rho_2$  aus  $l_2$ -Ball und  $U$  stellt die Lösung der Minimierung dar, erfüllt jedoch im Allgemeinen nicht die Voraussetzung der Sparsität. Bei Verwendung der  $l_1$ -Norm (Gl. 2.36, Abb. (b)) wird entsprechend ein  $l_1$ -Ball einbeschrieben, was mit hoher Wahrscheinlichkeit zur gewünschten Lösung  $\rho_s$  führt.

sehr nahe eins bestimmt werden kann, unter der Voraussetzung:

$$m \gtrsim S \cdot \log n \quad (2.37)$$

Die Kohärenz  $\mu$  wurde dabei entsprechend der MRT Messung gleich eins gesetzt [16].

## 2.2.4 Compressed Sensing in der realen Welt: Verrauschte Messdaten und komprimierbare Signale

In Kapitel 2.2.3 wurde eine Methodik beschrieben, echt sparse Signale aus unterabgetasteten Messungen zu bestimmen. Diese Messungen waren jedoch idealer Natur. Jede realistische Messung ist mit einem zusätzlichen Fehler, dem Messrauschen  $z$  behaftet:

$$K_u = P\rho + z \quad (2.38)$$

In diesem allgemeineren Fall ist es sinnvoll, die Konsistenzbedingung in Gl. 2.36 etwas aufzuweichen [16]:

$$\min_{\rho} \|\rho\|_{l_1} \quad \text{unter} \quad \|P\rho - K_u\|_{l_2} \leq \epsilon \quad (2.39)$$

Die rekonstruierten Daten müssen nach dieser Vorschrift nicht mehr strikt mit den gemessenen übereinstimmen. Ein vom Rauschpegel  $z$  abhängiger Parameter  $\epsilon$  begrenzt die erlaubte Abweichung.

Zudem bezieht sich Gl. 2.37 auf die Dekodierung echt sparser Signale, während für die praktische Anwendung eine entsprechende Formulierung für komprimierbare Signale notwendig ist.

Die Robustheit der CS-Rekonstruktion komprimierbarer Signale aus verrauschten Datensätzen lässt sich elegant mit dem Universellen Unschärfeprinzip (UUP) beschreiben. Dazu sei zunächst die Quasi-Isometrie-Konstante  $\delta_S$  eingeführt.  $\delta_S$  ist die kleinste nicht negative Zahl, die folgende Doppelungleichung für eine  $m \times n$  Messmatrix  $P$  sowie für einen Vektor  $\rho$  der Sparsität  $S$  erfüllt [13, 61, 15]:

$$(1 - \delta_S) \|\rho\|_{l_2}^2 \leq \|P\rho\|_{l_2}^2 \leq (1 + \delta_S) \|\rho\|_{l_2}^2 \quad (2.40)$$

Abstrakt formuliert erfüllt  $P$  das UUP der Ordnung  $S$ , falls  $\delta_S < 1$ . Das bedeutet, dass  $S$ -sparse Signale  $\rho$  unter der Transformation  $P$  ihre euklidische Norm in guter Näherung beibehalten und somit nicht im Nullraum von  $P$  liegen [16]. Letzteres würde jegliche Rekonstruktion des sparsen Signals theoretisch ausschließen [57]. Wenn die nichtquadratische Matrix  $P$  das UUP erfüllt, genügt sie der Eigenschaft der sogenannten „eingeschränkten Orthonormalität“ [15]. D.h. alle Teilmengen von  $S$  Spaltenvektoren aus  $P$  sind „näherungsweise“ orthogonal und die CS-Rekonstruktion ist prinzipiell durchführbar [16, 57].

Für den geforderten allgemeinen Fall eines komprimierbaren Signals  $\rho$  und verrauschter Messdaten kann mit Hilfe der soeben eingeführten Größen eine Abschätzung des Rekonstruktionsfehlers für das Dekodierprogramm in Gl. 2.39 erfolgen. Besitzt die Messmatrix  $P$  eine Quasi-Isometrie-Konstante  $\delta_{2S} < \sqrt{2} - 1$ , gilt für den  $l_2$ -Fehler des rekonstruierten Signals  $\rho^*$  bezüglich des Originalsignals  $\rho$  [16]:

$$\|\rho^* - \rho\|_{l_2} \leq C_0 \cdot \frac{\|\rho - \rho_S\|_{l_1}}{\sqrt{S}} + C_1 \cdot \epsilon \quad (2.41)$$

Diese relativ abstrakt erscheinende Formulierung beinhaltet eine erstaunliche Aussage: CS ist nicht auf die Rekonstruktion idealisierter Modellsignale beschränkt, sondern ermöglicht eine robuste Dekodierung komprimierbarer Signale aus einer unterabgetasteten, mit Rauschen behafteten Messung. Die Güte dieser Rekonstruktion wird in Gl. 2.41 direkt beschrieben: Der erste Term auf der rechten Seite der Ungleichung gibt eine Abschätzung für nicht exakt sparse, komprimierbare Signale an und wird im sparsen Fall gleich null. Der Unterschied zwischen dem allgemein komprimierbaren Signal  $\rho$  und einem entsprechend sparsen Signal  $\rho_S$  kann in Abbildung 2.11 nochmals nachvollzogen werden. Der zweite Term berücksichtigt den im Messrauschen begründeten Fehler. Die Konstanten  $C_0$  und  $C_1$  sind typischerweise klein ( $C_0 \leq 5, 5$  und  $C_1 \leq 6$  für  $\delta_{2S} = \frac{1}{4}$ , [16]).

Auch wenn in diesem Kapitel nur die wichtigsten Ergebnisse teils aufwendiger und technischer Beweise aufgeführt wurden, wird das Potential der CS-Theorie in der praktischen

Anwendung deutlich. Von einer Anwendung in der MRT wurde erstmals in Michael Lustigs Manuskript aus dem Jahre 2007 berichtet [68].

Bisher wurde mathematisch sauber zwischen komprimierbaren und sparsen Signalen unterschieden. In der gängigen Literatur zu praktischen Anwendungen der CS-Theorie und so auch im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird jedoch sowohl für sparse als auch komprimierbare Signale das Adjektiv „sparse“ verwendet.

### 2.2.5 Definition der Messmatrix

In der Praxis sind gewisse Limitationen bezüglich der Wahl der Messmatrix gegeben. In Kap. 2.2.2 wurde bereits darauf hingewiesen, dass die MRT die für die Anwendung von CS notwendige lineare Messung durch das Akquirieren von Daten im  $k$ -Raum verwirklicht. Die angestrebte Verwendung von CS in der MRT erfordert jedoch systembedingte Kompromisse bei der Unterabtastung.

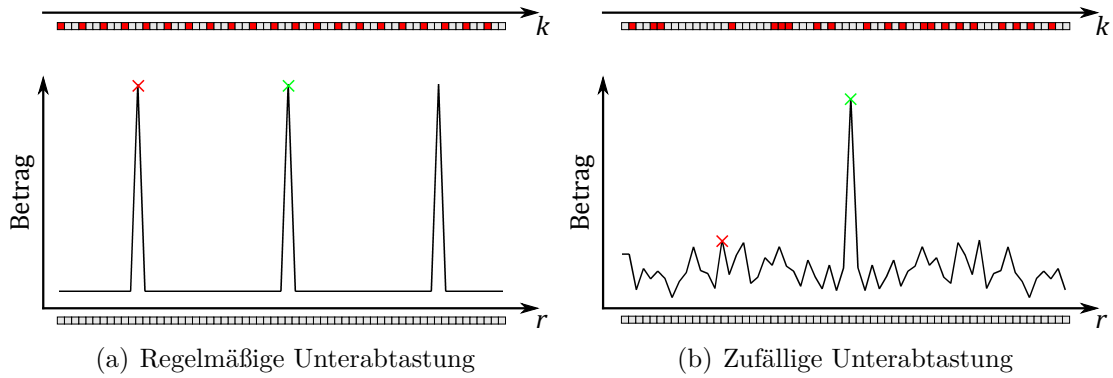
In der kartesischen 2D-MR-Bildgebung ist eine Beschleunigung meist auf die Phasenkodierrichtung beschränkt, da hier ein Weglassen von Kodierschritten mit einer entsprechenden Zeitersparnis einhergeht. Die Frequenzkodierung wird üblicherweise analog zur klassischen Bildgebung vorgenommen. Die Auswahl der zu akquirierenden Zeilen im  $k$ -Raum - im Folgenden auch als Abtastmuster oder -schema bezeichnet - ermöglicht dem Anwender die direkte Einflussnahme auf das Rekonstruktionsergebnis und ist daher Thema zahlreicher Veröffentlichungen (z.B. [98]).

Die in den Veröffentlichungen zur CS-Theorie (u.a. [14, 29]) angegebenen Wahrscheinlichkeiten einer fehlerfreien CS-Rekonstruktion basieren auf einer gleichverteilt zufälligen Auswahl der zu messenden Koeffizienten. Es ist jedoch bisher ungeklärt, ob eine entsprechende Beweisführung bei einer deterministischen Wahl möglich ist [61]. Für die MR-Bildgebung optimierte CS-Abtastschemas stützen sich daher in der Regel auf heuristische Studien.

Lustig et al. [68] verwenden dafür die Bestimmung der Transformations-Punktspreizfunktion ( $\mathcal{T}$ PSF) des Abtastmusters. Diese wird durch Transformation des Abtastmusters (Matrix mit Eintrag „1“ für eine Abtastung und null für ausgelassene Punkte) in die sparse Basis ermittelt. Das Verhältnis des zweitgrößten Absolutwertes der  $\mathcal{T}$ PSF zum Absolutwert des Maximums repräsentiert das Maß des maximalen Sidelobe-zu-Peak-Verhältnisses (mSPV, [68], Wertebereich  $[0, 1]$ ). Je kleiner dessen Wert, desto stärker sind die Unterabtastartefakte auf das gesamte FOV verteilt, was sich als vorteilhaft für eine erfolgreiche Anwendung von CS erweist (siehe Abb. 2.16). Auch in diesem Zusammenhang wird die Bezeichnung der Inkohärenz verwendet, um die Güte eines Abtastmusters für eine CS-Rekonstruktion zu klassifizieren.

Neben der Unterabtastung von kartesischen 2D-Akquisitionen erwiesen sich gerade auch radiale Trajektorien als geeignet [9]. Bei einer Verletzung des Nyquist-Kriteriums werden Artefakte inkohärent auf das gesamte (2D-)FOV verteilt, was eine höhere potentielle Beschleunigung mittels CS erlaubt [68].

Bei einer 3D-Anregung ergeben sich zusätzliche Freiheiten. Neben einer zufälligen Unterabtastung der zwei Phasenkodierrichtungen [1] wurde u.a auch von Hybrid-Techniken be-



**Abbildung 2.16:** Eindimensionale Unterabtastung mit einem Faktor  $R=3$ . Im oberen Teil der Abbildung ist jeweils das Abtastmuster für die beiden Extremfälle einer regelmäßigen und einer völlig zufälligen Unterabtastung im  $k$ -Raum zu sehen. Rot eingefärbte Zellen entsprechen einer Aufnahme. Darunter ist die entsprechende  $\mathcal{T}$ PSF unter der Annahme der Ortsraumparsität aufgetragen. Die  $\mathcal{T}$ PSF in Abb. 2.16(a) besitzt ein maximales Sidelobe(rotes Kreuz)-zu-Peak(grünes Kreuz)-Verhältnis von 1 und ist damit ungeeignet für eine CS-Anwendung. Die Artefaktenergie überlagert sich in nur wenigen Pixeln kohärent. Die  $\mathcal{T}$ PSF des zufälligen Musters (Abb. 2.16(b)) hingegen besitzt ein mSPV von ca. 0,3. Die Artefaktenergie ist vergleichsweise gleichmäßig (inkohärent) auf das gesamte FOV verteilt, was das Abtastmuster für eine Anwendung von CS qualifiziert.

richtet, die sowohl Phasenkodierung (z-Richtung) und radiale Projektionen (x-y-Ebene) verwenden ([18], „Stack-of-Stars“, siehe Abb. 2.9(b)).

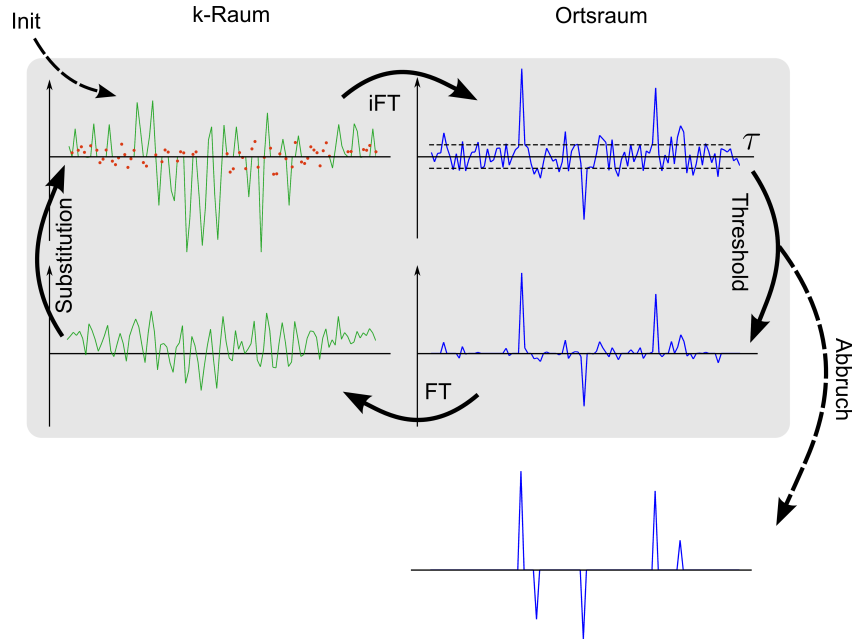
## 2.2.6 Algorithmen

Ein großer Anteil der Algorithmen zur Lösung des CS-Optimierungsproblems kann unter dem Begriff „Iterative Threshold Verfahren“ [21] zusammengefasst werden. Eine explizite Implementierung, das Iterative Soft-Thresholding (IST, [105]), wurde in der vorliegenden Arbeit verwendet und sei daher an dieser Stelle zusammengefasst.

IST löst das in Gl. 2.39 formulierte Minimierungsproblem auf eine im Vergleich zu anderen CS-Algorithmen recht einfache und intuitive Art und Weise. Das ermöglicht das Nachvollziehen einer CS-Rekonstruktion, während komplexere Algorithmen allenfalls die Studie der Input-Output-Beziehung zulassen.

Die Vorgehensweise ist in Abb. 2.17 für ein im Ortsraum sparses Signal dargestellt. Auf eine zusätzlich notwendige Sparsifizierung sei o.B.d.A. aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Das gemessene, unterabgetastete  $k$ -Raum-Signal (grüne Farbe) wird zur Initialisierung des Algorithmus verwendet. Nicht gemessene Stellen erhalten zunächst den Eintrag null. Dieses Signal wird im ersten Schritt in den Ortsraum (analog: in die sparse

Basis) transformiert. Im Falle einer sinnvollen Wahl des Abtastschemas ist das sparse Signal dort mit inkohärenten Artefakten - wie am blauen Signal illustriert - überlagert. Ein Schwellwert (engl. *threshold*)  $\tau$  wird in der Folge angewendet, welcher Absolutwerte kleiner  $\tau$  auf null setzt, alle anderen Werte um  $\tau$  im Absolutbetrag unter Beibehaltung der komplexen Phase reduziert. Das Resultat wird zurück in den k-Raum transformiert und zur Substitution nicht gemessener Stellen im Originalsignal verwendet (rote Punkte). Das entstandene Signal stellt den Ausgangspunkt für die nächste Iteration dar.



**Abbildung 2.17:** Iteratives Soft-Threshold Verfahren am Beispiel eines eindimensionalen, im Ortsraum sparsen ( $\Psi = 1$ ) Signals. Grüne Verläufe stellen k-Raum-, blaue Verläufe Ortsraumsignale dar. Die roten Punkte repräsentieren die eingesetzten Daten an nicht gemessenen Stellen am Ende der Iteration. Sämtliche Signale sind im Allgemeinen komplexwertig, es ist jedoch lediglich der Realteil aufgetragen. Durch sukzessive Subtraktion des Schwellwertes bei anschließender Resubstitution der gemessenen Daten gelingt die artefaktfreie Rekonstruktion des sparsen Zielsignals.

Eine Iteration des IST ( $n \rightarrow n + 1$ ) kann unter Berücksichtigung der Sparsitätstransformation  $\Psi$  folgendermaßen in einer Zeile formuliert werden [70]:

$$\rho_{n+1} = \Psi^{-1} ST_{\tau} \left[ \Psi \left( \rho_n + P^T (K_u - P \rho_n) \right) \right] \quad (2.42)$$

Der Operator  $ST_{\tau}$  liefert die im 2. Schritt beschriebene Anwendung des Schwellwertes:

$$ST_{\tau} [\cdot] = (|\cdot| - \tau)_+ e^{i \text{Phase}(\cdot)} \quad (2.43)$$

$(\cdot)_+$  setzt sämtliche negativen Einträge auf null. Das Argument des Threshold-Operators in Gl. 2.42 gewährleistet die Konsistenz zu den gemessenen Daten.



Höher entwickelte Implementierungen des IST zielen durch eine intelligente, teils adaptive Wahl des Schwellwertes  $\tau$  vor allem auf eine schnelle Konvergenz ab. Maleki et al. [70] beschreiben Ergebnisse aufwändiger numerischer Simulationen zur optimalen Wahl der Rekonstruktionsparameter. Khare et al. [51] verwenden zur Verbesserung der Konvergenz eine Nesterov-Optimierung [5], welche eine gewichtete Mittelung des Signals der aktuellen Iteration ( $n$ ) mit dem Signal der vorangegangenen Iteration ( $n - 1$ ) vornimmt. Der Schwellwert  $\tau$  wird nach der SURE-Strategie (engl. *Stein's Unbiased Risk Estimate*, [28]) einer optimalen Reduktion des Bildrauschens entsprechend in jeder Iteration angepasst.

Eine deutlich aufwändigere Implementierung zur Lösung des CS-Problems erfordert das Iterative Operatorspaltverfahren (IOS, [69, 46]). Dieses führt zunächst eine analytische Zerlegung des Minimierungsterms durch, um eine Reduzierung der Systemgröße zu erreichen. Implizit erfolgt jedoch in jeder Iteration - neben mehreren algebraischen Umformungen - erneut die Anwendung des Threshold-Operators zur Minimierung der  $l_1$ -Norm des Signals in der sparsen Basis. Die Realisierung erweist sich aufgrund der Aufspaltung speziell für großskalige Probleme effizient.

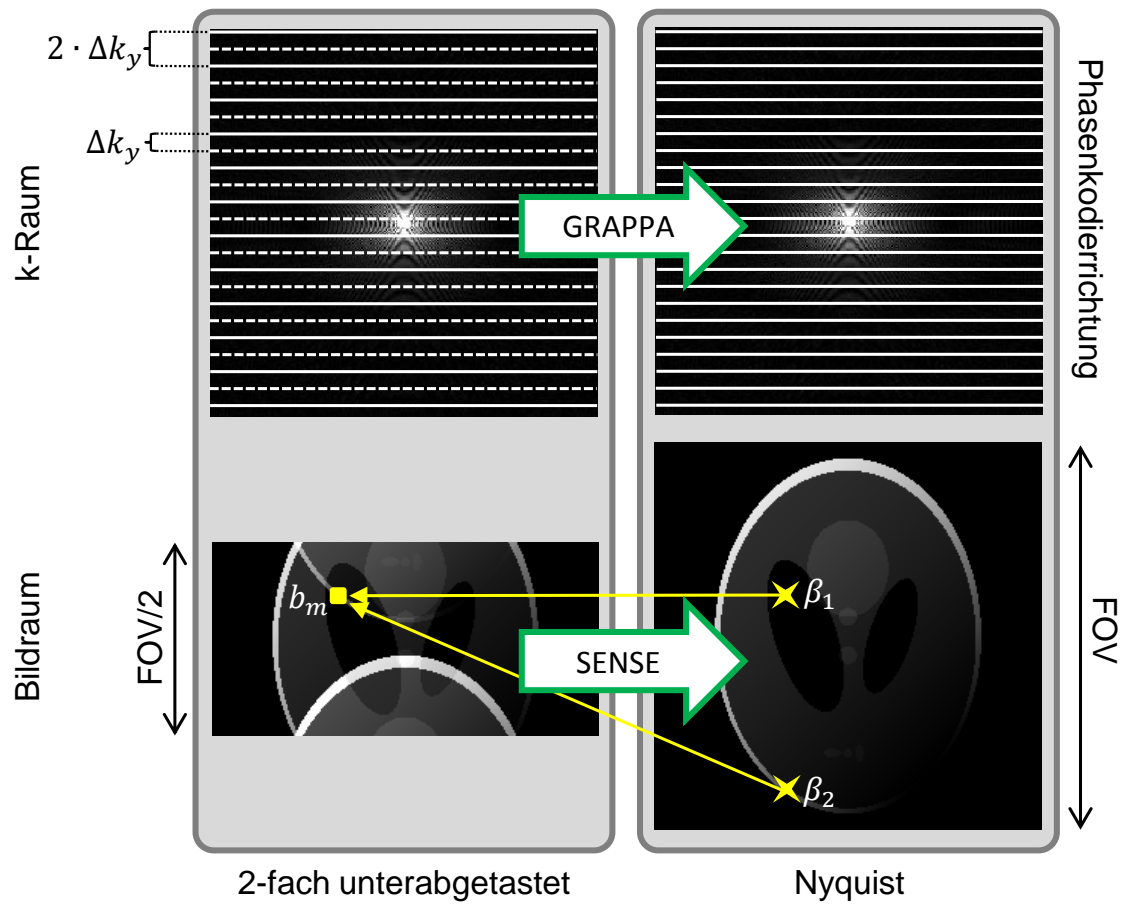
## 2.3 Parallele Bildgebung

Eine bereits länger existente und weit verbreitete Methode zur Beschleunigung der Datenakquisition repräsentiert die Parallele Bildgebung (engl. *Parallel Imaging*, PI, [82, 40]). Durch den Einsatz vieler anstatt lediglich einer Empfangsspule wird Zusatzinformation gewonnen, die eine Rekonstruktion von Akquisitionen unterhalb des Nyquist-Kriteriums ermöglicht. In über zehn Jahren an Forschung auf dem Gebiet der PI hat sich ein breites Feld an verschiedensten Methoden entwickelt [24, 8]. In diesem Kapitel sei lediglich in aller Kürze auf die beiden bekanntesten Methoden SENSE (engl. *SENSitivity Encoding*, [82]) und GRAPPA (engl. *GeneRalized Autocalibrating Partially Parallel Acquisitions*, [40]) eingegangen.

### 2.3.1 SENSE

Die Methode SENSE [82] kann als Entfaltungsalgorithmus im Bildraum verstanden werden. Eine regelmäßige Unterabtastung der Phasenkodierichtung - d.h. ein zur Einhaltung der Relation in Gl. 2.17 zu großes  $\Delta k$  - erlaubt eine schnellere Datenakquisition, führt jedoch zu Einfaltungsartefakten (siehe Abb. 2.2). SENSE verwendet Sensitivitätskarten der Einzelspulen, um diese Einfaltungen rückgängig zu machen und damit das Objekt in seiner vollständigen Ausdehnung zu rekonstruieren. Die gewöhnlicherweise verwendete Implementierung benutzt dabei den sogenannten *weak-voxel-approach* und geht von einer  $\delta$ -förmigen Voxelfunktion aus [82, 42].

Jede Spule  $m$  prägt dem MR-Bild seine Sensitivität  $C_m$  im Ortsraum auf (siehe Abb. 2.18, unten). Im Falle einer regelmäßigen R-fachen Unterabtastung ergibt sich der Wert



**Abbildung 2.18:** Parallele Bildgebung: Zur Beschleunigung werden in der einfachsten Realisierung parallele Akquisitionen mit mehreren Spulen und einer regelmäßigen Unterabtastung, d.h. mit einer zur Erfüllung des Nyquist-Kriteriums zu kleinen Abtastrate (hier  $2 \cdot \Delta k \Rightarrow R = 2$ ) durchgeführt. Im gemessenen k-Raum oben links repräsentieren durchgezogene Linien akquirierte Phasenkodierschritte, gestrichelte werden ausgelassen. Die durch gelbe Sterne markierten Pixel werden infolgedessen auf ein einziges Pixel (gelbes Quadrat) gefaltet. Der SENSE Formalismus entspricht einer Entfaltung im Ortsraum. Die Methode GRAPPA berechnet anhand zuvor kalibrierter Wichtungsfaktoren fehlende Stellen im k-Raum. Dargestellt ist jeweils nur das Bild einer Spule mit entsprechender Gewichtung.

des Pixels  $b_m$  einer Einzelspule aus den mit der Spulensensitivität gewichteten  $R$  Pixel  $\beta_n$  im vollen FOV [8]:

$$b_m = \sum_{n=1}^R C_{mn} \cdot \beta_n \quad (2.44)$$

$n$  repräsentiert die Lage des Ursprungspixels. Werden sämtliche Spulen ( $\# = N_C$ ) berücksichtigt, kann eine unterabgetastete Messung als Matrixgleichung formuliert werden [8]:

$$\vec{b} = \hat{C} \cdot \vec{\beta} \quad (2.45)$$

Die Einträge von  $\vec{b}$  entsprechen den  $N_C$  eingefalteten Pixeln unter Gewichtung mit der jeweiligen Spulensensitivität, die  $R$  Einträge in  $\vec{\beta}$  den „entfalteten“ Pixeln im vollen FOV. Die Spulensensitivitätsmatrix  $\hat{C}$  hat demnach die Dimension  $N_C \times R$ . Sie wird in der Regel durch die Akquisition eines dicht abgetasteten Bereiches im Zentrum des  $k$ -Raums oder durch versetzte Muster bei dynamischen Aufnahmen [60, 58] bestimmt. Ist  $N_C > R$ , kann durch Bildung der Moore-Penrose-Pseudoinversen von  $\hat{C}$  das entfaltete Bild  $\vec{\beta}$  berechnet werden [8]:

$$\vec{\beta} = (\hat{C}^H \hat{C})^{-1} \hat{C}^H \cdot \vec{b} \quad (2.46)$$

### 2.3.2 GRAPPA

GRAPPA verwendet die Information der Parallelakquisition mit mehreren Spulen für eine Rekonstruktion der nicht akquirierten Daten im  $k$ -Raum ([40], siehe auch Abb. 2.18). Die Methode beschreibt eine Weiterentwicklung der Methoden SMASH (engl. *SiMultaneous Acquisition of Spatial Harmonics*, [103]) bzw. Auto-SMASH [49].

Die Spulensensitivitäten  $C_m$  werden in SMASH verwendet, um mittels geeigneter Kombination ( $\xi$ ) räumliche Harmonische zu generieren (der Übersicht halber wird hier lediglich die Beschleunigung entlang einer Dimension  $r_y$  betrachtet, [103]):

$$C_s^{kombi}(r_y) = \sum_{m=1}^{N_C} \xi_m^{(s)} C_m(r_y) \cong e^{is\Delta k_y r_y} \quad (2.47)$$

Ruft man sich die Signalgleichung 2.9 unter Berücksichtigung zusätzlich aufgeprägter Spulensensitivitäten in Erinnerung

$$K_m(k_y) \propto \int C_m(r_y) \rho(r_y) e^{ik_y r_y} dr_y, \quad (2.48)$$

so kann zusammen mit Gl. 2.47 folgende Verknüpfung hergeleitet werden [103]:

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{N_C} \xi_m^{(s)} K_m(k_y) &= \int C_s^{kombi}(r_y) \rho(r_y) e^{ik_y r_y} dr_y = \\ &= \int \rho(r_y) e^{i(k_y + s\Delta k_y) r_y} dr_y = K^{kombi}(k_y + s\Delta k_y) \end{aligned} \quad (2.49)$$

Eine geschickte Wahl der Parameter  $\xi$  erlaubt demnach die Bestimmung von Signalwerten an verschobenen Koordinaten im  $k$ -Raum. Mit anderen Worten kann unter Ausnutzen des Fourier-Shift-Theorems mittels sinusförmiger Modulation des Ortsraumsignals eine Verschiebung im  $k$ -Raum bewirkt werden.

Zuvor müssen die Wichtungsfaktoren  $\xi$  jedoch für ein entsprechendes Verhalten kalibriert

werden. Auto-SMASH verwendet dazu dicht akquirierte Bereiche  $K^{ACS}$  (engl. *Auto Calibration Signal*, ACS), üblicherweise im k-Raum-Zentrum:

$$K^{kombi,ACS}(k_y + s\Delta k_y) = \sum_{m=1}^{N_C} K_m^{ACS}(k_y + s\Delta k_y) = \sum_{m=1}^{N_C} \xi_m^{(s)} K_m^{ACS}(k_y) \quad (2.50)$$

Die Verschiebungseinheit  $s$  ist dabei in der Regel ganzzahlig,  $\Delta k_y$  entspricht, wie in Abb. 2.18 dargestellt, dem k-Raum-Abstand zur Einhaltung des Nyquist-Kriteriums.

Anschließend werden die Faktoren  $\xi$  zur Berechnung fehlender k-Raum-Zeilen in einem bereits spulenkombinierten Signal  $K^{komb}$  eingesetzt:

$$K^{kombi}(k_y + s\Delta k_y) \approx \sum_{m=1}^{N_C} \xi_m^{(s)} K_m(k_y) \quad (2.51)$$

Bei GRAPPA schließlich werden Einzelspulensignale  $K_m$  auf Einzelspulensignale eines ACS-Signals  $K_l^{ACS}$  gefittet [8]

$$K_l^{ACS}(k_y + s\Delta k_y) = \sum_{m=1}^{N_C} \xi(m, l, s) K_m(k_y), \quad (2.52)$$

was die Rekonstruktion separater Einzelspulenbilder ermöglicht. Die Kombination der Einzelspulenbilder beispielsweise durch die Summe der Quadrate resultiert in einem signifikant höherem SNR im Vergleich zur PI-Rekonstruktion kombinierter Bilder [8].

In der Regel werden zur Verbesserung der GRAPPA-Rekonstruktion mehrere akquirierte Quellpunkte verwendet, um einen nicht akquirierten Zielpunkt zu berechnen [11]. Dies führt zur Bezeichnung eines sogenannten GRAPPA-Kernels, der über den k-Raum „geschoben“ wird (siehe 2.19).

Es ist ebenso möglich, die GRAPPA-Rekonstruktion in Matrixnotation zu beschreiben. Der einfachste Fall einer Verschiebung eines k-Raum-Punktes auf einen anderen in beliebige Richtung  $s\Delta\vec{k}$  kann wie folgt formuliert werden [39]:

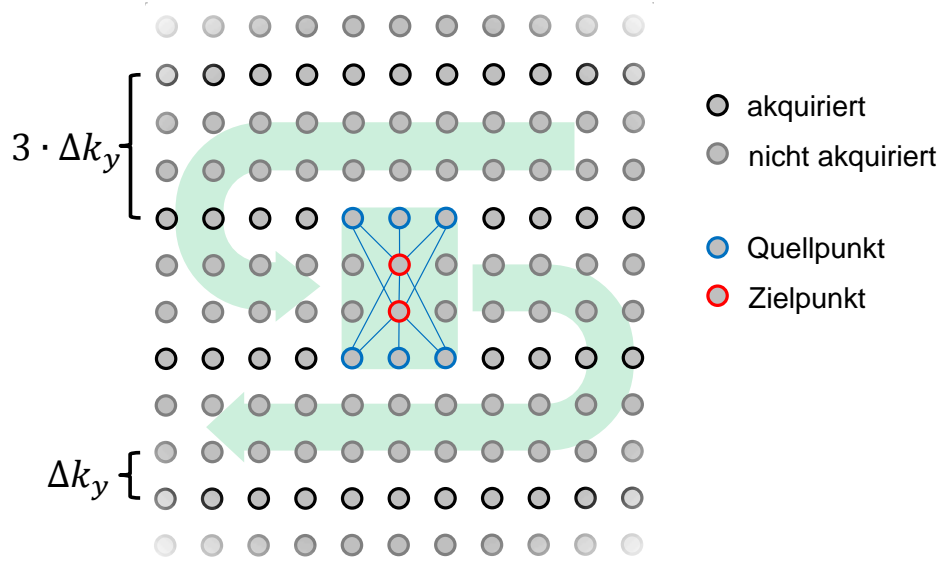
$$\vec{K}(\vec{k} + s\Delta\vec{k}) \approx \hat{G}_s \vec{K}(\vec{k}), \quad (2.53)$$

$\vec{K}$  beinhaltet die Signale jeder Einzelspule und hat damit die Dimension  $N_C$ ,  $\hat{G}_s$  besitzt eine Größe von  $N_C \times N_C$  und wird auch als GRAPPA-Operator bezeichnet.

### 2.3.3 Der g-Faktor

In Kap. 2.1.6 wurde auf die Proportionalität des Signal-zu-Rausch-Verhältnis zur Wurzel der Messzeit hingewiesen. Eine R-fache Beschleunigung im Zuge der Parallelen Bildgebung hat somit mindestens eine unausweichliche Reduzierung des SNRs um  $\sqrt{R}$  bezüglich der vollständigen Akquisition zur Folge [63].

Zusätzlich ist bei der PI eine Reduzierung des SNRs um einen ortsabhängigen Faktor  $g$



**Abbildung 2.19:** GRAPPA-Rekonstruktion bei einer dreifachen Unterabtastung [11]. In der Abbildung wird ein GRAPPA-Kernel der Größe  $2 \times 3$  zur Berechnung der nichtakquirierten k-Raum-Punkte verwendet, d.h. es werden je  $2 \times 3 = 6$  Quellpunkte herangezogen, um die dazwischen liegenden 2 Zielpunkte zu berechnen. Der Kernel wird zur Bestimmung sämtlicher fehlenden Punkte über den gesamten k-Raum verschoben (siehe Pfeile). Gewöhnlicherweise findet zuvor eine Kalibrierung in einem dicht gemessenen Bereich des k-Raumes statt. Aus Gründen der Übersicht wurde nur der k-Raum einer Spule dargestellt. Wie in Gl. 2.52 ersichtlich ist, werden bei der Rekonstruktion die Daten sämtlicher  $N_C$  Spulen verwendet.

zu verzeichnen, der auf die Verschlechterung der Konditionierung der Bildrekonstruktion aufgrund zu geringer Variationen in den Spulensensitivitäten zurückzuführen ist und folglich von der Spulengeometrie abhängt. Der g-Faktor steigt mit wachsender Beschleunigung  $R$  an [43].

Bezüglich des SNRs einer Referenzmessung ohne Unterabtastung  $\text{SNR}_0$  erleidet die PI-beschleunigte Bildgebung einen SNR-Verlust von:

$$\text{SNR}_{\text{PI}} = \frac{\text{SNR}_0}{\sqrt{R} \cdot g} \quad (2.54)$$

Der bei GRAPPA durchgeführte Fit ermöglicht prinzipiell eine Reduktion des g-Faktors auf Kosten systematischer Fehler [63].

### 2.3.4 GRAPPA Operator Gridding (GROG)

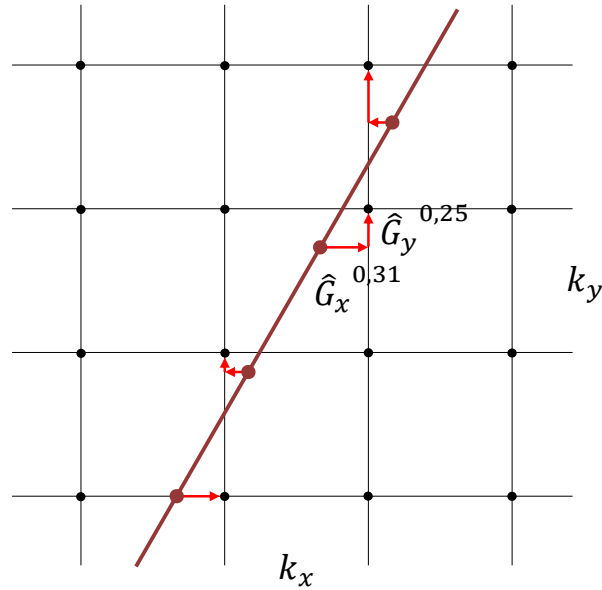
Der GRAPPA-Operator  $\hat{G}$  aus Gl. 2.53 kann zum *Gridding* nichtkartesisch aufgenommener Datensätze (siehe Kap. 2.1.7) verwendet werden. Aus einem Operator einer größeren Verschiebung  $\hat{G}_{n\cdot\delta}$  kann der Operator einer kleineren Verschiebung  $\hat{G}_\delta$  durch  $n$ -te „Wurzelbildung“ bestimmt werden [100]:

$$\hat{G}_\delta = \hat{G}_{n\cdot\delta}^{1/n} \quad (2.55)$$

Eine einmalige Kalibrierung des Operators ermöglicht anschließend die Anwendung beliebiger, kleinerer Verschiebungen.  $\hat{G}_\delta$  wird durch Eigenwertzerlegung von  $\hat{G}$  bestimmt [100]:

$$\hat{G}_1 = E \cdot V \cdot E, \quad \hat{G}_\delta = E \cdot V^\delta \cdot E \quad (2.56)$$

$E$  beinhaltet die Eigenvektoren, die Diagonalmatrix  $V$  die Eigenwerte von  $\hat{G}$ .



**Abbildung 2.20:** Die Punkte einer radialen Trajektorie werden mit Hilfe der GROG-Operatoren auf die nächsten Nachbarpunkte auf dem kartesischen Gitter verschoben. Der Exponent ergibt sich jeweils aus den Abständen in x- bzw. y-Richtung (Grafik nach [100]). Das daraus resultierende kartesische Gitter ermöglicht die Bildrekonstruktion mittels einer FFT.

Für eine radiale 2D-Trajektorie beispielsweise werden separate Operatoren für die x- und y-Richtung  $\hat{G}_x$  und  $\hat{G}_y$  aus den Projektionen mit äquidistanten Auslesepunkten kalibriert

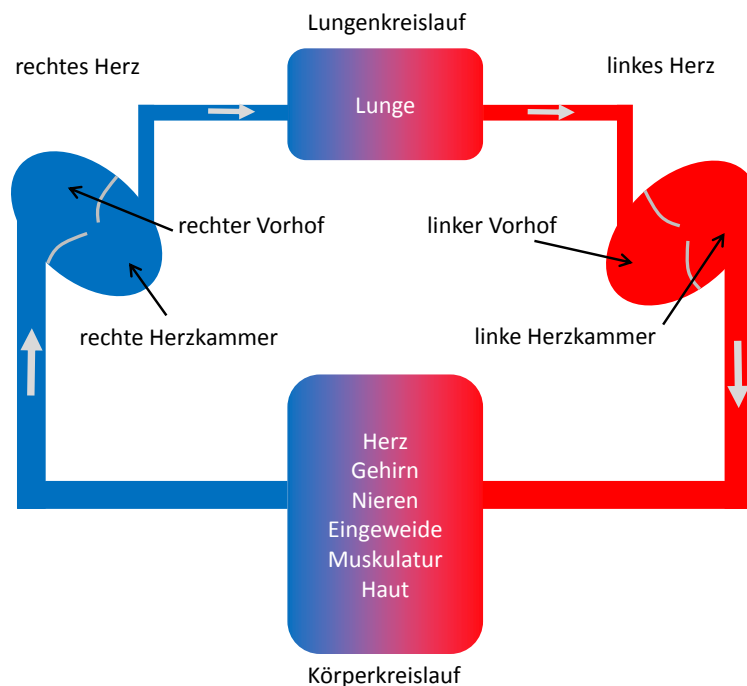
( $\Delta k = 1$ , [99]). Anschließend werden die nichtkartesischen Punkte - wie in Abb. 2.20 illustriert - mittels dieser Operatoren auf die nächsten Nachbarpunkte des kartesischen Gitters verschoben ( $\Delta k < 0, 5$ ):

$$K(k_x + \Delta k_x, k_y + \Delta k_y) = \hat{G}_x^{\Delta k_x} \hat{G}_y^{\Delta k_y} K(k_x, k_y). \quad (2.57)$$

## 2.4 Kardio MRT

### 2.4.1 Anatomie und Funktion des Herzens

Das Herz ist ein Organ in der Gestalt eines Hohl Muskels, der für die Aufrechterhaltung des Blutkreislaufes sorgt ([120], siehe Abb. 2.21).



**Abbildung 2.21:** Schematische Darstellung des Blutkreislaufs (nach [120]). Rote Farbe repräsentiert sauerstoffreiches Blut, blaue Farbe sauerstoffarmes.

Die größte Unterteilung des Herzens kann in zwei separate Pumpen - das linke und rechte Herz - vorgenommen werden [120]. Beide sind durch die Scheidewand (Septum) voneinander getrennt. Das Herzgewebe ist in Endokard, Myokard und Perikard unterteilt. Das Endokard repräsentiert die nach innen zur Herzhöhle gerichtete Schicht. Das Myokardgewebe besteht aus Muskelzellen und ist der nötigen Pumpleistung entsprechend ausgeprägt. Nach außen ist das Herz durch das Perikard abgeschlossen [120].

Das rechte Herz treibt das Blut durch den Lungenkreislauf in das linke Herz. Dieses wiederum pumpt das Blut durch den Körperkreislauf zurück zum rechten Herz (siehe Abb. 2.21). Beide Herzen sind weiterhin in einen Vorhof (Atrium) und eine Herzkammer (Ventrikel) unterteilt. Eine Herzklappe trennt diese und sorgt in der Funktion eines Ventils für einen gerichteten Strom [120].

Die Funktion des Herzens basiert wesentlich auf einer periodischen zeitlichen Abfolge von Kontraktions- (Systole) und Erschlaffungsphasen (Diastole) seiner Bestandteile. Die Systole kann weiterhin in eine Anspannungsphase, in der der Druck schlagartig durch Kontraktion des Muskelgewebes ansteigt und einer Austreibungsphase, in welcher das Blut in die anliegenden Gefäße ausgeworfen wird, unterteilt werden. Die Diastole ist in eine Entspannungsphase und in eine Füllungsphase untergliedert, in der in Folge des Unterdrucks Blut in den jeweiligen Hohlraum gesaugt wird [120].

Der Herzmuskel selbst wird über die Herzkranzgefäße mit Blut und damit mit Sauerstoff und Nährstoffen versorgt. Eine Störung dieser Zufuhr aufgrund pathologischer Veränderung wird als koronare Herzkrankheit bezeichnet [95, 120].

### 2.4.2 Koronare Herzkrankheit

In Europa sind Erkrankungen des Herz-Kreislauf-Systems die häufigste Todesursache. Die koronare Herzkrankheit (KHK, auch ischämische Herzkrankheit, I20-I25 nach der Internationalen statistischen Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme ICD-10) steht dabei an erster Stelle [20]. Bei der KHK tritt in der Regel eine zunehmende Enge der den Herzmuskel versorgenden Blutgefäße (Arteriosklerose) ein [95]. Dies hat ein Missverhältnis zwischen Sauerstoffangebot und -bedarf des Myokards zur Folge (Ischämie), das sich symptomatisch in der sogenannten Angina Pectoris manifestiert [95]. Neben der chronischen Herzinsuffizienz sowie einer Arrhythmie des Herzschlags kann die KHK zu einem akuten Myokardinfarkt führen [76].

Letzterer wird in den meisten Fällen durch einen Thrombus in einem bereits durch Sklerose lädierten Gefäß verursacht und führt zur Nekrose des Myokardgewebes [95, 76]. Die Ausprägung und Prognose der Krankheit ist maßgeblich von einer zeitnahen und effektiven Revaskularisierung abhängig [76]. Das Behandlungsspektrum umfasst je nach individueller Ausprägung sowohl die konservativ medikamentöse Therapie als auch invasive Methoden wie die Katheterdilatation und den chirurgischen Eingriff der Bypassoperation [95].

Die Primärdiagnostik bei Verdacht auf KHK erfolgt neben einer ausführlichen Anamnese mit Hilfe des Elektrokardiogramms (EKG) in Ruhe oder unter Belastung sowie mittels Laboruntersuchungen und der Echokardiografie des Herzens. Erhärtet sich in der Basisdiagnostik der Verdacht auf eine KHK werden weiterführende Untersuchungen durchgeführt. Das Spektrum an Modalitäten umfasst u.a. die Echokardiografie unter Belastung, die Herzkatheteruntersuchung, die nuklearmedizinische Methode der Myokardszintigrafie sowie vermehrt die Herz-MRT.



### 2.4.3 Klinische Herz-MRT

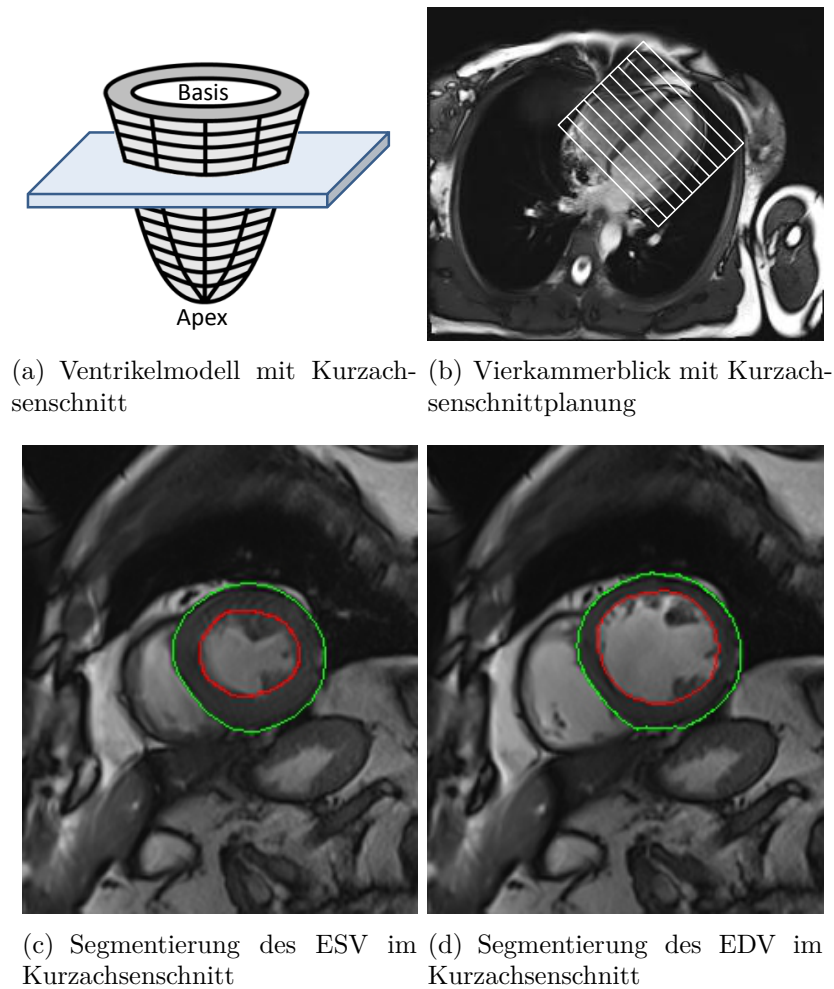
Aufgrund verbesserter Pulssequenzen, Gradientensysteme und Rekonstruktionstechniken hat die MRT für die kardiologische Diagnostik im letzten Jahrzehnt zunehmend an Bedeutung gewonnen [73, 65]. Sie erlaubt eine hochwertige nichtinvasive Diagnostik ohne die in alternativen Modalitäten anfallende Exposition mit ionisierender Strahlung.

Verschiedenste Krankheitsbilder repräsentieren bereits Indikationen einer Herz-MRT [72, 88]. Während zunächst Fragestellungen bei angeborenen Herzfehlern, Herztumoren und Kardiomyopathien (Erkrankungen des Herzmuskels) Gegenstand der Untersuchung waren, stellte die MRT ein immer größer werdendes Spektrum an Diagnosemöglichkeiten für die koronare Herzkrankheit bereit. Neben der Bestimmung der Myokardfunktion werden u.a. Perfusionsmessungen unter Zuhilfenahme von Kontrastmitteln [59] oder Stress-Untersuchungen [97] durchgeführt. Letztere untersucht die myokardiale Vitalität unter einer durch vorherige Gabe des Arzneistoffs Adenosin oder Dobutamin herbeigeführten Belastungssituation des Herzens.

Die Herzfunktionsmessung mittels MRT repräsentiert aufgrund hoher Genauigkeit und hoher Reproduzierbarkeit ein wichtiges Werkzeug zur nichtinvasiven Diagnose der koronaren Herzkrankheit [83]. Sowohl für die Prognose nach einem Myokardinfarkt als auch die einer chronischen linksventrikulären Dysfunktion stellen die linksventrikuläre Ejektionsfraktion (EF) als auch die linksventrikulären Volumina aussagekräftige Parameter dar [83]. Eine exakte Quantifizierung ventrikulärer Funktionsstörungen erfolgt über eine MR-Volumetrie, die in der Regel mit Hilfe einer Mehrschichtakquisition im Kurzachsenschnitt (siehe Abb. 2.22(a)) unter sukzessiver Parallelverschiebung der Schichten von der Herzbasis bis zur Herzspitze (Apex) erfolgt (siehe Abb. 2.22(b)). Dazu werden schnelle Gradientenechosequenzen wie FLASH oder bSSFP verwendet. Üblicherweise findet eine segmentierte, EKG-getriggerte Cine-Aufnahme bei angehaltenem Atem des Patienten für jede der 10-15 Schichten statt (siehe Abb. 2.23). Basierend auf dieser Akquisition werden in der Nachverarbeitung folgende der Funktionsanalyse dienende Parameter bestimmt [96]:

- endsystolisches Ventrikelvolumen in ml (ESV):  $\sum_{\text{Schichten}} \text{Einzelschichtfläche des Ventrikels} \times \text{Schichtdicke}$ , siehe Abb. 2.22(c)
- enddiastolisches Ventrikelvolumen in ml (EDV):  $\sum_{\text{Schichten}} \text{Einzelschichtfläche des Ventrikels} \times \text{Schichtdicke}$ , siehe Abb. 2.22(d)
- Schlagvolumen in ml (SV):  $\text{EDV} - \text{ESV}$
- Ejektionsfraktion in % (EF):  $\text{SV}/\text{EDV} \times 100$
- Myokardmasse in g (M):  
 $(\text{Epikardiales Volumen} + \text{Endokardiales Volumen})/2 \times 1,05 \frac{\text{g}}{\text{ml}}$ . Die LVM beinhaltet dabei das Septum, die RVM nur die rechtsventrikuläre freie Wand.

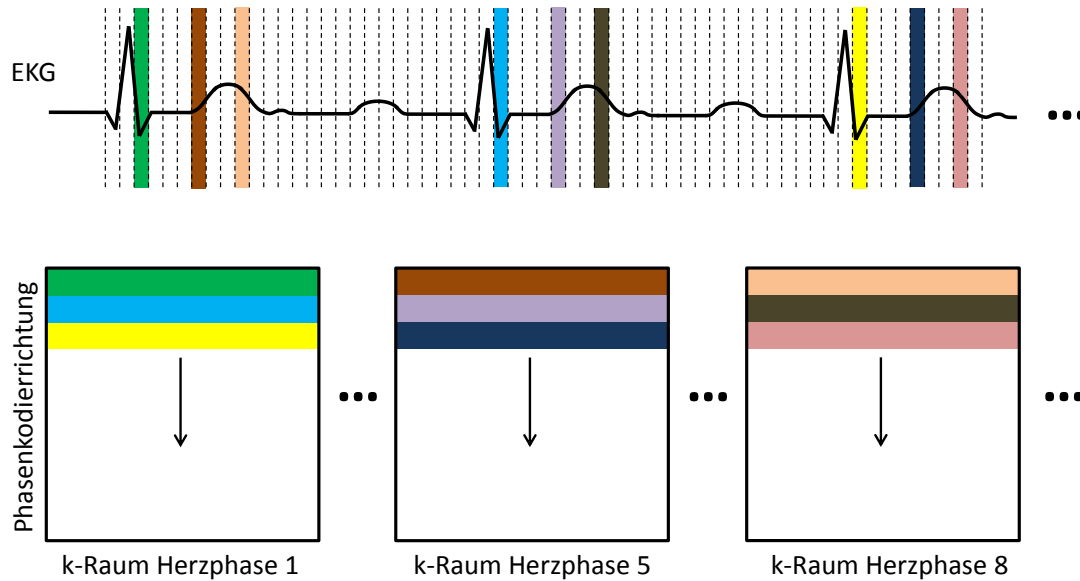
Die Volumetrie des Herzens mittels MRT wird aufgrund ihrer hohen Genauigkeit als Referenzstandard betrachtet [87]. Der Zeitaufwand der funktionellen MR-Herzbildgebung bewegt sich ohne Patientenvorbereitung und Schichtpositionierung jedoch durchaus im



**Abbildung 2.22:** Herzfunktionsbestimmung mit Hilfe der MRT. In Abb.2.22(c) und 2.22(d) sind jeweils Epi- (grün) und Endokard (rot) markiert. Die endokardialen Flächen werden zur Volumenbestimmung verwendet.

Bereich von zehn Minuten. Zudem ist ein Atemstillstand für jede der zur vollständigen Herzaufdeckung notwendigen 10-15 Schichten vorausgesetzt. Dies ist bei den in der Regel schwerkranken Patienten nicht immer ohne Weiteres möglich. Für eine noch breitere Verwendung der Modalität ist daher eine weitere Beschleunigung der Aufnahme notwendig und deshalb auch Gegenstand aktueller Forschung [110].

Eine Verkürzung der Messzeit würde neben dem erhöhten Patientenkomfort auch einer Kostenreduktion entsprechen. Die Kardio-MRT steht in Konkurrenz mit der kostengünstigeren Alternativmethode der Echokardiografie. Diese Methode weist neben der zwar deutlich kürzeren Untersuchungszeit eine größere Abhängigkeit von der Erfahrung des Untersuchenden sowie der Bildqualität aufgrund des Patientenhabitus auf, während die Kardio-MRT eine vergleichsweise geringe Interobserver- bzw. Interstudien-Variabilität zeigt [41, 83].



**Abbildung 2.23:** Die funktionelle Herzbildgebung zielt auf eine zeitliche Darstellung des Herzschlags in Form eines Videos mit einer Auflösung von unter 50 ms ab [66]. Um zusätzlich eine hohe räumliche Auflösung zu erreichen, wird in der klinischen Routine üblicherweise die segmentierte Cine-Technik verwendet. Der Herzschlag wird dabei nicht in Echtzeit abgebildet, sondern über mehrere Herzschläge „gemittelt“. In jeder Herzphase wird lediglich ein Teil der k-Räume gefüllt, wie durch verschiedene Farben in der Grafik illustriert. Diese Prozedur setzt eine Triggerung mittels eines zusätzlich abgegriffenen EKG-Signals voraus, um die über mehrere Herzzyklen akquirierten Daten zuordnen zu können. Zudem erfolgt die Aufnahme zur Vermeidung von Bewegungsartefakten im Atemstillstand des Patienten.

#### 2.4.4 Präklinische Herz-MRT

Für die Erforschung der koronaren Herzkrankheit und die weitere Verbesserung ihrer Behandlung sind Tiermodelle besonders hilfreich. Studien an Kleintieren erlauben eine weitaus detailliertere Untersuchung als dies am Menschen möglich wäre [89]. Mittels einer Operation bzw. genetischen Modifikation herbeigeführte Krankheitsbilder in der Maus oder Ratte repräsentieren ein bedeutendes Werkzeug in der kardiovaskulären Forschung. Die Analyse der genannten Modelle setzt jedoch auch eine verlässliche Untersuchungsmodalität voraus. Durch eine echte 3D-Bildgebung und eine hohe Reproduzierbarkeit kann die MRT dies auch in präklinischen Studien leisten [93]. Speziell in der Kleintierbildgebung ist aufgrund der anatomischen und physiologischen Gegebenheiten allerdings eine deutlich höhere räumliche und zeitliche Auflösung notwendig [3], so dass für ein adäquates SNR Tomographen mit sehr hoher Magnetfeldstärke verwendet werden müssen. Das Herz einer Maus nimmt Volumina in der Größenordnung von  $1 \text{ cm}^3$  ein und schlägt

durchschnittlich 500 Mal pro Minute [74]. So werden Studien am Mäuse- und auch Rattenmodell gewöhnlicherweise bei 7 T oder mehr in Verbindung mit schnell schaltbaren Gradientensystemen durchgeführt. Entsprechende Tomographen besitzen zur Ermöglichung derart hoher Feldstärken in der Regel eine deutlich kleinere Bohrung im Vergleich zu klinischen Geräten, erlauben dafür aber funktionelle Herzaufnahmen mit einer räumlichen Auflösung innerhalb einer Schicht im Bereich von  $100\ \mu\text{m}$ .

Zur Synthetisierung eines Myokardinfarktes im Tiermodell kann eine definierte Stenose oder ein Verschluss z.B. der linken vorderen absteigenden Koronararterie operativ herbeigeführt werden [30]. Die in einem Myokardinfarkt resultierende Ischämie wird dabei durch eine Naht am Gefäß induziert. Ein permanenter Verschluss, die Reperfusion nach einer vorübergehenden Okklusion (Sperre) sowie eine chronische Ischämie durch partielle Okklusion sind durchführbar [107].

Diese Techniken ermöglichen die kontrollierte Studie neuer oder modifizierter Behandlungen pharmazeutischer bzw. chirurgischer Art anhand von physiologischen *in-vivo* Modellen und repräsentieren dadurch eine wichtige Säule in der translationalen Forschung. Die MR-Bildgebung wird wie in der klinischen Verwendung u.a. zur Bestimmung der Morphologie als auch der Funktion [90, 86] bzw. Perfusion [55, 80] des Herzmuskels und der Gefäße verwendet und erlaubt objektive Schlüsse bezüglich des Behandlungserfolges. Die funktionelle Herzbildgebung erfolgt sehr ähnlich zu der am Menschen verwendeten Prozedur (siehe Kap. 2.4.3). Die Daten werden segmentiert über viele Herzschläge akquiriert. Zusätzlich zur Triggerung auf den Herzzyklus muss auch der Atemzyklus der Maus/Ratte berücksichtigt werden. Zur Verbesserung des SNR werden häufig Mittelungen durchgeführt, was die Messzeit weiter erhöht.

Da die Untersuchungszeit für die während der Prozedur narkotisierten Kleintiere nicht beliebig in die Länge gezogen werden kann, muss ein Kompromiss zwischen Messdauer und Bildqualität getroffen werden. Speziell bei Tieren mit einer reduzierten Herzfunktion ist die Belastung durch die Narkose möglichst gering zu halten. Zudem ist ein hoher Durchsatz für die Verwendung der Kardio-MRT in (großen) Studienkollektiven von besonderer Bedeutung. Eine schnelle Bildgebung ermöglicht die Messung verschiedener Parameter an einem einzigen Tier und reduziert dadurch die Anzahl der notwendigen Tiere. Eine maximal beschleunigte Messung ist deshalb mindestens von gleicher Bedeutung wie in der klinischen Herzbildgebung. Neben einer Sequenz- und Hardwareoptimierung wurde in der präklinischen Herzbildgebung auch von einer Verwendung der PI berichtet ([91, 92]). Eine Verkürzung der Messzeit mittels CS fand bisher nicht statt.

# 3 Auflösungsbewertung Compressed Sensing rekonstruierter MR-Bilder

## 3.1 Einleitung

In Kap. 2.1.5 wurde die Punktspreizfunktion (PSF, [48]) - bzw. äquivalent die Modulationstransferfunktion (MTF, [104]) - als elegantes Werkzeug zur Beschreibung und Beurteilung bildgebender Systeme vorgestellt. Ihre Verwendung in der MRT ermöglichte in der Vergangenheit eine kontrollierte Einflussnahme auf die Bildqualität und damit die Optimierung von Akquisition und Rekonstruktion.

In den Arbeiten von Greiser et al. [38] bzw. Gutberlet et al. [43] findet die PSF beispielsweise bei der Optimierung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses (engl. *Signal-to-Noise Ratio*, SNR) mit Hilfe einer nichtkartesischen, dichtegewichteten Anordnung der Phasenkodierschritte Anwendung. Die SLOOP Technik (engl. *Spectral Localization with Optimal Pointspread function*, [52]) verwendet die Bestimmung einer PSF, um die Auswahl der Phasenkodierschritte bei der MR-Spektroskopie hinsichtlich der lokalen Sensitivität zu optimieren.

Grundlegend für den Einsatz der PSF in der klassischen MRT war die Betrachtung der gesamten Bildgebungskette als eine in guter Näherung lineare und stationäre Transformation (siehe Kap. 2.1.5). Bei der Datenakquisition sind nichtlineare Effekte weitestgehend vernachlässigbar, die durch Spulensensitivitäten hervorgerufene Verletzung der Stationarität ist durch Korrekturfaktoren behebbar. Die Spindichte im Ortsraum wird durch die inverse Fouriertransformation der k-Raum-Messdaten ermittelt (siehe Gl. 2.23), was ebenfalls einer strikt linearen und stationären Operation entspricht. Die Verwendung einer PSF zur Beschreibung der MRT-Bildgebung ist damit generell gerechtfertigt.

Die in Kap. 2.2 beschriebene CS-Theorie eröffnet vielversprechende neue Möglichkeiten, auch in der MRT: Unter gegebenen Voraussetzungen können Bilder bei einer Abtastrate unterhalb des Nyquist-Kriteriums ohne Qualitätsverlust rekonstruiert werden. Im Gegensatz zu einem Großteil der bisher verwendeten Verfahren in der MRT sind für eine CS-Rekonstruktion jedoch Algorithmen notwendig, die weder eine lineare noch eine stationäre Transformation verkörpern (vergl. Abb. 2.5): Die Transformationseigenschaften unter einer CS-Rekonstruktion können von Pixel zu Pixel deutlich variieren (nichtstationär, translationsvariant). Koeffizienten mit kleiner Amplitude in der sparsen Basis werden tendenziell unterdrückt, hohe Amplituden werden beibehalten (nichtlinear). Dies

hat unmittelbar zur Folge, dass eine konventionelle Verwendung der PSF zur adäquaten Beschreibung der Bildgebung unter Verwendung der CS-Technik ohne Weiteres nicht möglich ist. Eine standardisierte Bestimmung der Bildqualität u.a. für die Optimierung der Datenakquisition und Rekonstruktion ist jedoch gerade auch für solche Modalitäten wünschenswert, welche die Kriterien der Linearität und Stationarität verletzen.

In diesem Kapitel wird die Verwendung einer lokalen Punktspreizfunktion (engl. *Local Point Spread Function*, LPSF, [115, 31]) zur Beschreibung der Transformationseigenschaften von CS-Rekonstruktionen in der MRT untersucht. Um die fehlende Stationarität zu berücksichtigen, wurde eine eigene LPSF für jedes Pixel eines rekonstruierten Bildes bestimmt. Außerdem wurde die LPSF im linearen Regime der Transformation ermittelt, indem kleine, pixelweise Störungen auf der Bildmatrix rekonstruiert wurden. Als eine spezielle Anwendung der LPSF wurde das Auflösungsverhalten der CS-Rekonstruktion anhand verschiedener typischer Beispiele untersucht. Dafür wurde zunächst ein numerisches Phantom herangezogen, anschließend wurde die Technik anhand von klinischen *in-vivo* Aufnahmen validiert. Das Prinzip wurde außerdem auf die zeitliche Dimension erweitert, indem die lokale zeitliche Punktspreizfunktion (engl. *Local Temporal Point Spread Function*, LTPSF) von CS-rekonstruierten Bilderserien bestimmt wurde. Studien der zeitlichen Auflösung sind von besonderem Interesse, wenn die zeitliche Redundanz einer Serie von Bildern in einer CS-Rekonstruktion als Vorwissen verwendet wird (siehe Abb. 2.13).

Ein Großteil des Inhalts dieses Kapitels wurde in [113] publiziert. Übernommene Abbildungen und Teile von Abbildungen sind gekennzeichnet. Die Zustimmung der AAPM (*American Association of Physicists in Medicine*) wurde eingeholt.

## 3.2 Theorie

In Kap. 2.1.5 wurde die PSF für eine lineare und stationäre Transformation  $T$  eingeführt. Völlig unabhängig vom darzustellenden Objekt  $O$  erlaubt diese eine vollständige Beschreibung des bildgebenden Systems.  $T$  kann durch die Faltung von  $O$  mit der PSF äquivalent ersetzt werden (siehe Gl. 2.26, Abb. 2.5), was u.a. eine objektive Bewertung von MR-Systemen ermöglicht.

Während in diesen Ausführungen lediglich die inverse Fouriertransformation angewendet wurde, um MR-Bilder aus den akquirierten  $k$ -Räumen zu bestimmen, erfordert die Anwendung von CS zusätzlich dedizierte Algorithmen zur Lösung der Minimierungsprobleme in Gl. 2.36 bzw. Gl. 2.39. Diese sind in der Regel nichtlinearer Natur und verletzen außerdem das Prinzip der Stationarität, so dass die an  $T$  gesetzten Voraussetzungen für die Bestimmung einer PSF verletzt sind. Um eine zur klassischen MRT analoge Beschreibung des Bildgebungssystems bei Verwendung von CS-Rekonstruktionen zu ermöglichen, sind neuartige Methoden notwendig.

Die nicht gegebene Stationarität kann in einer lokalen statt der üblichen globalen Bestimmung der PSF berücksichtigt werden (LPSF). Die LPSF beachtet die Ortsabhängigkeit der Transformation und muss daher zum Zweck einer umfassenden Beschreibung der

Abbildung für jeden Ort bestimmt werden. Dieses Prinzip fand bereits in anderen Bereichen der medizinischen Bildgebung Anwendung. Wilson et al. [115] sowie Fessler et al. [31] schlugen entsprechende Verfahren zur Analyse von Rekonstruktionsverfahren in der nuklearmedizinischen Diagnostik vor.

Diese Arbeiten befassten sich auch bereits mit der Nichtlinearität von Rekonstruktionsmethoden. Für eine adäquate und allgemeine Beschreibung der nichtlinearen CS-Rekonstruktion in der MRT sei zunächst ein Operator  $N$  definiert, der die unterabgetastete k-Raum-Akquisition  $K_u$  in ein Bild  $I$  überführt:  $I = N(K_u)$ . Falls  $N$  glatt in der Umgebung  $\zeta$  eines gemessenen Datensatzes  $K_{u0}$  ist, kann  $N$  in dieser Umgebung, zumindest formal, Taylor-entwickelt werden:

$$N(K_{u0} + \zeta) = e^{\zeta \nabla_{K_u}} N(K_u) \Big|_{K_u=K_{u0}} = N(K_{u0}) + \zeta \nabla_{K_u} N(K_u) \Big|_{K_u=K_{u0}} + \mathcal{O}(\zeta^2) \quad (3.1)$$

Die rechte Seite repräsentiert die lineare Näherung von  $N$  um  $K_{u0}$ . Für eine Charakterisierung von  $N$  sei eine LPSF in jenem linearen Regime definiert. Die Größe von  $\zeta$  bestimmt dabei abhängig vom funktionellen Verlauf die Güte der Approximation.

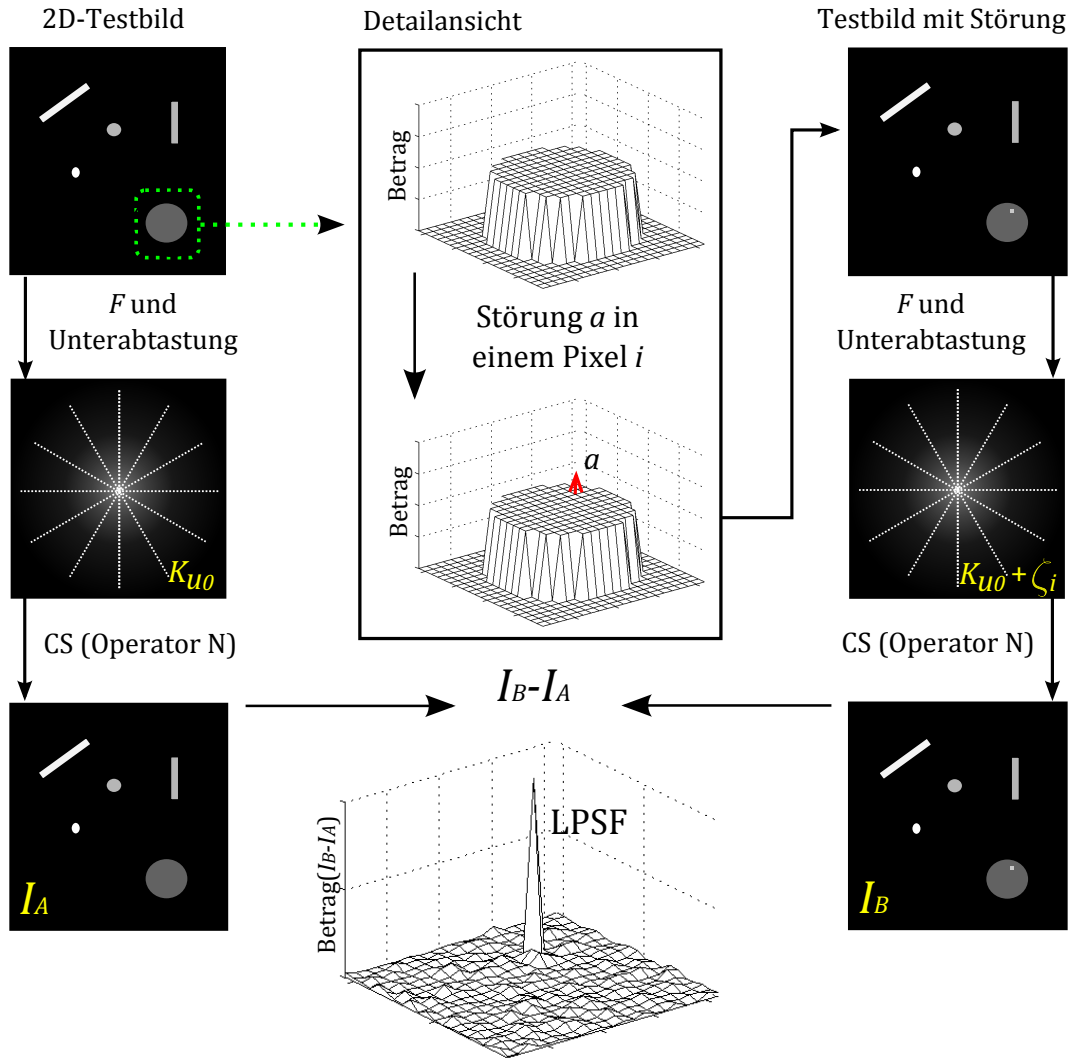
Experimentell kann ein Set von LPSFs für eine CS-Dekodierung  $N$  und ein explizites 2D-Testbild gemäß Abb. 3.1 bestimmt werden.  $K_{u0}$  wird durch Anwenden eines Unterabtastschemas aus einem k-Raum-Datensatz gewonnen. Anschließend findet eine CS-Rekonstruktion der Bilddaten mit Hilfe des Operators  $N$ , der den CS-Algorithmus verkörpert, statt ( $I_A$ ). In einem separaten Zweig wird die Bildmatrix zunächst lokal durch eine kleine Amplitude  $a$  unter Beibehaltung der komplexen Phase des ursprünglichen Pixels  $i$  gestört. Die Anwendung der Fouriertransformation mit anschließender Unterabtastung führt zum gestörten k-Raum<sup>1</sup>  $K_{u0} + \zeta_i$ . Anhand dieser Daten wird mittels  $N$  ein zweites Bild  $I_B$  bestimmt, das nun neben der Rekonstruktion des Testbildes zusätzlich die Rekonstruktion der gesetzten Störung  $a$  enthält. Aus der Differenz  $I_B - I_A$  resultiert die zweidimensionale LPSF <sub>$i$</sub>  für das Pixel  $i$ :

$$\text{LPSF}_i = N(K_{u0} + \zeta_i) - N K_{u0} = I_B - I_A \quad (3.2)$$

Dieser Ausdruck entspricht dem linearen Term  $\zeta \nabla_{K_u} N(K_u) \Big|_{K_u=K_{u0}}$  in Gl. 3.1 und repräsentiert damit eine lokale Approximation des Transformationsverhaltens von  $N$ . Falls sich die Störung im linearen Bereich des Operators befand, wird  $\mathcal{O}(\zeta^2)$  vernachlässigbar klein und die Approximation beschreibt  $N$  hinreichend gut. Ein entsprechendes Regime kann prinzipiell nur dann gefunden werden, wenn  $N$  sich in der Umgebung der Entwicklungsstelle  $K_0$  stetig verhält.

Um ein strikt lineares Verhalten von  $N$  unter der Störung  $\zeta$  zu verifizieren, kann ein einfacher Zusatztest durchgeführt werden. Dazu wird das im vorigen Abschnitt und in Abb. 3.1 beschriebene Vorgehen ein zweites Mal, diesmal mit doppelter Störungsamplitude ( $2a$ ) durchlaufen. Wenn für das Pixel  $i$  der Bildmatrix jedes Element  $j$  der entsprechenden LPSF-Matrix die doppelte Amplitude des ersten Durchlaufs besitzt und damit  $|\text{LPSF}_2^i(r_j) - 2 \cdot \text{LPSF}_1^i(r_j)| = 0$  ist, ist die angewendete lineare Näherung ausreichend.

<sup>1</sup>Die Störung  $a$  in einem Ortsraumpixel  $i$  ruft im k-Raum eine Störung  $\zeta_i$  hervor



**Abbildung 3.1:** Bestimmung der LPSF in einem Pixel  $i$ . Die durch  $N$  verkörperte CS-Rekonstruktion wird zusätzlich zur Standard-Rekonstruktion ein weiteres Mal unter einer minimalen Störung im Pixel  $i$  durchgeführt. Aus der Differenz der beiden Bilder resultiert die Rekonstruktion der Störung, die im Folgenden als LPSF verwendet wird. Die Methode wurde hier beispielhaft an einem 2D-Testbild illustriert, ist jedoch ohne Weiteres auf Bilder beliebig vieler Dimensionen übertragbar (Abb. nach [113]).

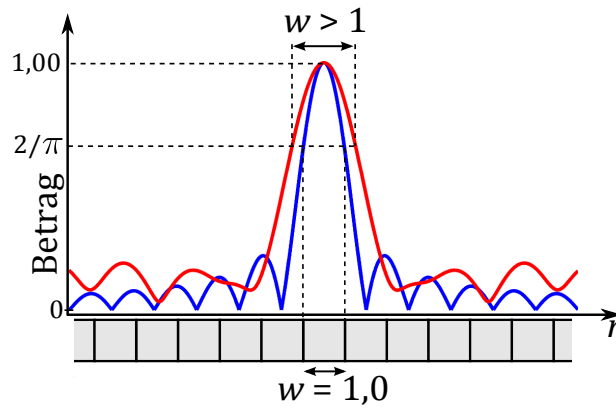
LPSF<sub>1</sub> bezeichnet dabei die LPSF des ersten Durchlaufs mit der Störung  $a$ , LPSF<sub>2</sub> die des zweiten Durchlaufs mit der Störung  $2a$ .

Zur umfassenden Charakterisierung von  $N$  muss ein Set von LPSFs, d.h. eine LPSF für jedes Pixel  $i$ , jeweils zusammen mit dem entsprechenden Linearitätstest berechnet werden.

In diesem Kapitel wurde die LPSF verwendet, um die lokale Auflösung von CS-rekon-



struierten Bildern zu bestimmen. Entsprechend der Translationsvarianz der Transformationseigenschaften von  $N$  ist auch das Auflösungsverhalten nicht stationär.<sup>2</sup> Analog zur PSF in Kap. 2.1.5 wurde die Breite  $w$  der LPSF als Auflösungsmaß herangezogen. Für zweidimensionale Bilder kann die Auflösung separat für jede Richtung bestimmt werden. Es wurden jedoch jeweils nur Richtungen betrachtet, in denen eine beschleunigte Akquisition stattfand. Die Werte wurden in einer farbkodierten Karte dargestellt, um eine übersichtliche Bewertung des lokalen, pixelweisen Auflösungsverhaltens zu ermöglichen. Auflösungswerte von  $w = 1$  signalisieren eine Auflösung, die bei einer Abtastung nach dem Nyquist-Kriterium erreicht wird. Im Folgenden wird daher  $w = 1$  auch als „optimale Auflösung“ bezeichnet. Sämtliche Werte  $w > 1$  sind als Auflösungsverlust oder Blurring-Artefakt zu interpretieren. Die LPSF wurde zur Bestimmung von  $w$  fourierinterpoliert, d.h. die LPSF wurde in den  $k$ -Raum transformiert und an den Rändern um Nulleinträge erweitert. Die Rücktransformation der vergrößerten Matrix ergab die interpolierte LPSF.



**Abbildung 3.2:** Auflösungsbestimmung anhand der LPSF. Als Referenz dient die vollständig akquirierte Fourierrmessung (blaue Kurve) mit einer Auflösung von  $w = 1$ . Die rot markierte beispielhaft gezeigte LPSF weist ein  $w > 1$  auf, so dass die entsprechende Bildgebung an diesem Pixel einen Auflösungsverlust (Blurring) zu verzeichnen hat. Der exakte Wert für  $w$  kann mittels Fourierinterpolation ermittelt werden. Die Bestimmung einer LPSF für jedes Pixel einer Bildmatrix ermöglicht eine ortsauflöste Auflösungsbestimmung (Abb. nach [113]).

### 3.3 Methoden

Die nachfolgenden Simulationen wurden mit der Software MATLAB (The Mathworks, Inc., Natick, MA, USA) durchgeführt. Für alle *in-vivo* durchgeführten Akquisitionen

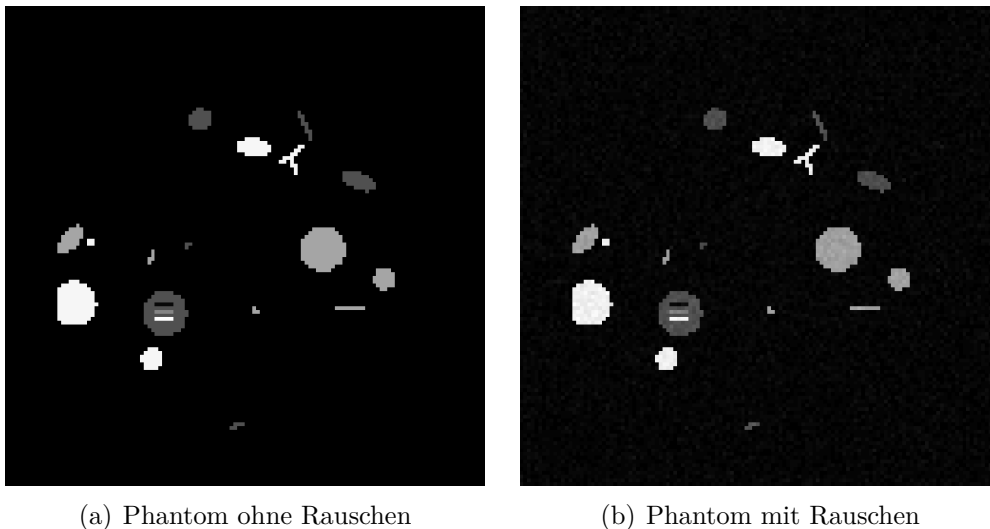
<sup>2</sup>Da  $N$  Objektinformation ortsabhängig rekonstruiert, ergibt sich ein ortsabhängiges Auflösungsverhalten.

lag eine Zustimmung der Ethik-Kommission vor. Die Probanden wurden vor der MR-Untersuchung über die Messung aufgeklärt.

### 3.3.1 Auflösungsverhalten bei Verwendung verschiedener Unterabtastschemata

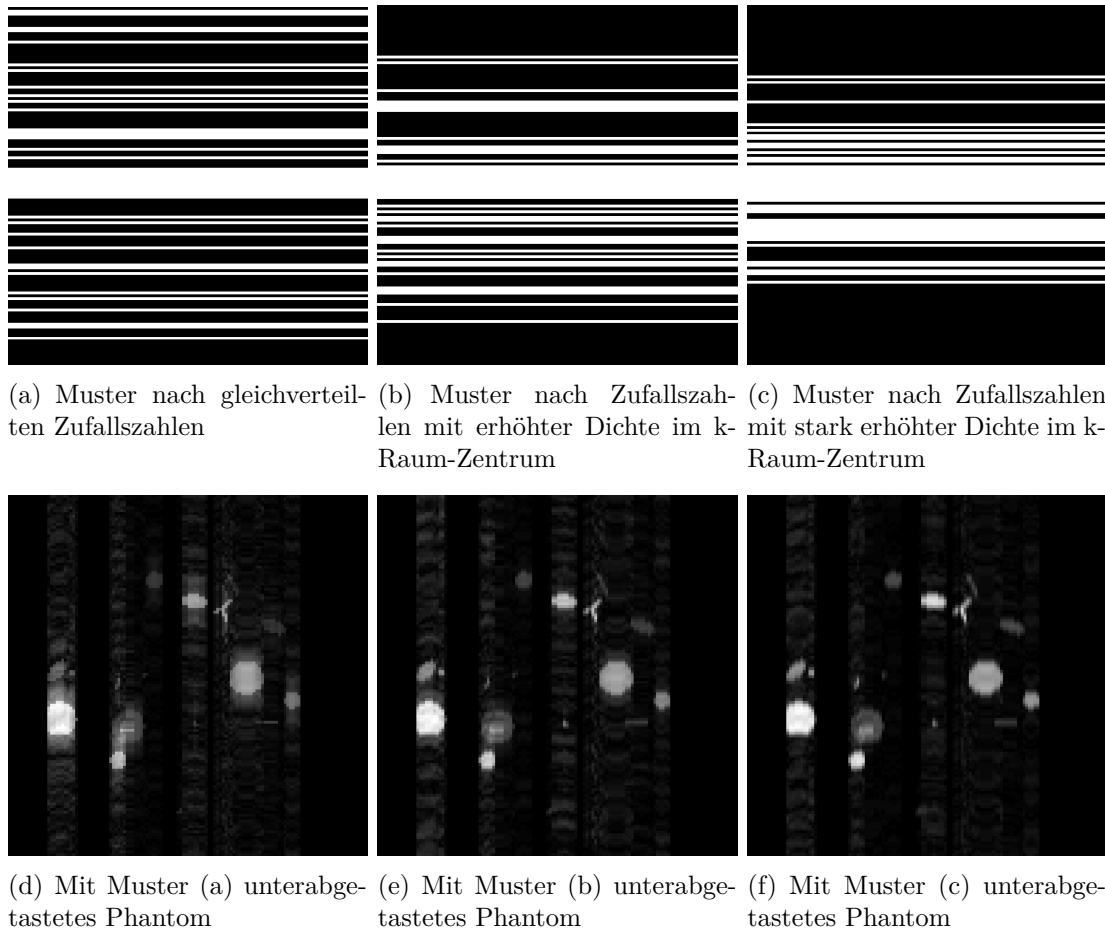
Es wurde das Auflösungsverhalten von mittels IST rekonstruierten Phantombildern unter Verwendung verschiedener Unterabtastschemata untersucht. Dazu wurde ein Set von LPSFs, d.h. eine LPSF für jedes Pixel einer Bildmatrix, berechnet.

Für die Studie wurde ein numerisches Phantom der Matrixgröße  $128 \times 128$  mit komplexwertigen Einträgen generiert (siehe Abb. 3.3). Dieses simuliert eine zur Angiographie ähnliche Aufnahme mit hoher Sparsität im Ortsraum [68]. Das Phantom enthält in einem der Objekte unten links eine zusätzlich überlagerte feinere Struktur, die eine exaktere Beurteilung der lokalen Auflösung erlaubt. Die Studie wurde sowohl im rauschfreien Fall (siehe Abb. 3.3(a)) als auch mit einem zusätzlich überlagerten Rauschen einer Standardabweichung von 3% der Maximalamplitude im Phantombild (siehe Abb. 3.3(b)) durchgeführt.



**Abbildung 3.3:** Betragsbilder des numerischen Phantoms. Für eine genauere Betrachtung der Auflösung ist dem Objekt links unten eine Feinstruktur überlagert (Abb. nach [113]).

Es wurden mehrere für die Anwendung von CS in der MRT typische Abtastschemata (siehe Abb. 3.4) untersucht. Diese realisieren eine Unterabtastung mit dem Faktor  $R=3$  in lediglich einer Dimension des 2D-k-Raums, was in der tatsächlichen Messung durch Weglassen von Phasenkodierschritten erfolgt. Die Abtastpositionen der drei angewendeten Abtastmuster wurden durch Ziehen von Pseudo-Zufallszahlen, jedoch mit verschiedener Gewichtung des k-Raum-Zentrums, ausgewählt. Auch das ist ein typisches Prozedere, da sich dort ein Großteil der Energie natürlicher Bilder befindet [68, 98]. Es wurde



**Abbildung 3.4:** Für die Auflösungsstudie verwendete Abtastmuster mit einem Beschleunigungsfaktor von  $R=3$ . Hell dargestellte Pixel entsprechen einer Akquisition. Die mittleren zehn „Phasenkodierschritte“ wurden immer berücksichtigt. Die Bilder der zweiten Zeile zeigen das Phantombild unter einer Abtastung mit den darüber dargestellten Schemata und einer anschließenden Fourierrekonstruktion. Eine Gewichtung hin zum k-Raum-Zentrum führt zu einer Verringerung der Aliasing-Artefakte auf Kosten der Bildauflösung (Abb. nach [113]).

bisher jedoch nicht überprüft, wie sich eine solche Gewichtung auf die Bildauflösung auswirkt.

Während bei Schema (a) (siehe Abb. 3.4(a)) eine Auswahl nach gleichverteilten Zufallszahlen getroffen wurde, realisierten Schema (b) und (c) (jeweils in Abb. 3.4(b) und 3.4(c) dargestellt) eine zusätzlich unterschiedlich starke Gewichtung der zufälligen Positionen nach einer Gauss-Funktion mit maximaler Wahrscheinlichkeit im k-Raum-Zentrum. Dies impliziert, dass bei diesen Schemata die nominell höchsten Frequenzen bei  $\pm k_{max}$  nicht berücksichtigt wurden. Die mittleren zehn „Phasenkodierschritte“ wurden in allen drei Fällen dicht, d.h. dem Nyquist-Theorem entsprechend, abgetastet.

In Abb. 3.4(d)-3.4(f) sind außerdem die entsprechenden Ortsraumbilder unter einer in-

versen Fouriertransformation zu sehen. Nicht akquirierte k-Raum Zeilen wurden dabei auf null gesetzt. Vordergründiges Ziel der CS-Rekonstruktion war somit die Entfernung der in diesen Bildern sichtbaren Artefakte.

Die CS-Rekonstruktionen wurden mittels des in Kap. 2.2.6 vorgestellten IST-Algorithmus unter Annahme der Sparsität im Ortsraum durchgeführt ( $\Psi = 1$ ).  $\tau$  wurde empirisch auf einen Wert von 0,01 eingestellt<sup>3</sup>. Es wurden Auflösungskarten für die drei verschiedenen Abtastmuster sowohl im rauschfreien, als auch im verrauschten numerischen Phantom bestimmt. Die Störung betrug  $a_1 = 1\%$  des ursprünglichen Wertes im gestörten Pixel für den ersten Durchlauf sowie  $a_2 = 2\%$  im zusätzlichen Durchlauf zur Kontrolle der Linearität der Näherung.

### 3.3.2 Auflösungsverhalten bei Verwendung diskreter Gradienten als Sparsitätstransformation

Es wurde der Einfluss einer Sparsitätstransformation auf das Auflösungsverhalten untersucht. Da das numerische Phantom Objekte homogener Amplitude besitzt, wurde die Basis der diskreten Gradienten gewählt ( $\Psi = \text{DG}$ ). Diese bildet die Differenz benachbarter Pixelwerte entlang sämtlicher Dimensionen und wird häufig in CS-Rekonstruktionen verwendet [68, 36]. Die Einträge  $s_{i,j}$  der zweidimensionalen, sparsen Basis berechnen sich aus den Koeffizienten des 2D-Ortsraumbildes  $\rho_{i,j}$  wie folgt:

$$s_{i,j} = \text{DG } \rho_{i,j} = \sqrt{(\rho_{i,j} - \rho_{i+1,j})^2 + (\rho_{i,j} - \rho_{i,j+1})^2} \quad (3.3)$$

An den Enden der Bildmatrix werden periodische Randbedingungen angenommen. Das Phantom erhält in  $\Psi = \text{DG}$  eine zusätzlich erhöhte Sparsität, wie in Abb. 3.5 gut zu erkennen ist.

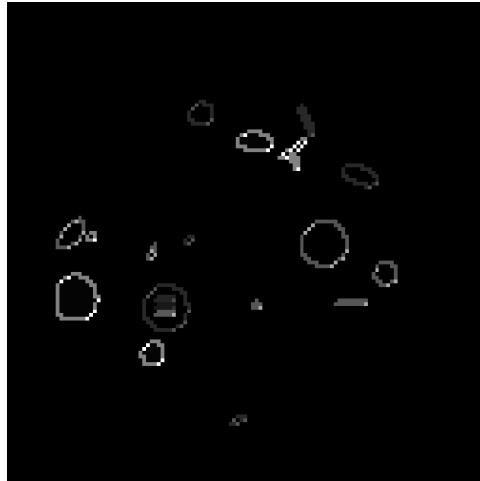
Der IST-Algorithmus wurde entsprechend angepasst [118] und Auflösungskarten für das Phantombild wurden analog zum vorigen Abschnitt bestimmt. Dabei wurde Abtastmuster (a) (siehe Abb. 3.4(a)) sowie ein Schwellwert von  $\tau = 0,01$  verwendet. Die Störungen für die beiden Durchläufe waren  $a_1 = 0,001\%$  bzw.  $a_2 = 0,002\%$  der ursprünglichen Amplitude im Pixel.

### 3.3.3 Räumliche Auflösung in der funktionellen kardialen Bildgebung

Nach den Untersuchungen am numerischen Phantom wurde die LPSF-Technik auf einen *in-vivo* Datensatz der funktionellen Herzbildgebung angewendet. Dazu wurde eine vollständig abgetastete, segmentierte 2D-Cine-Akquisition (siehe Abb. 2.23) für eine mittventrikuläre Schicht an einem Probanden durchgeführt (3 T Ganzkörpertomograph; Magnetom Trio, Siemens Healthcare, Erlangen, Deutschland; bSSFP; TE = 1,5 ms; TR =

---

<sup>3</sup>Die maximale Amplitude des Phantombildes entsprach einem Wert von eins.

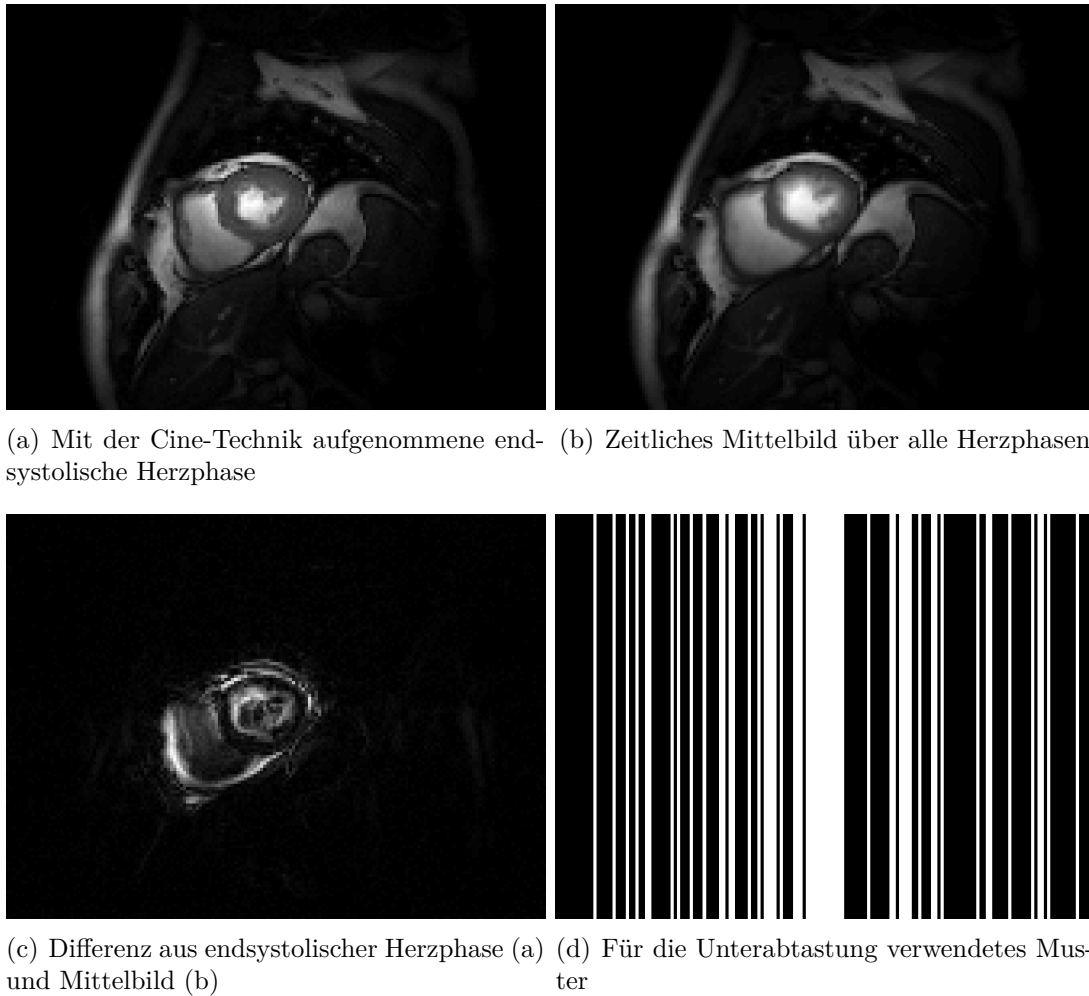


**Abbildung 3.5:** Vollständig abgetastetes numerisches Phantom in der Basis diskreter Gradienten  $\Psi = \text{DG}$ . Homogene Flächen werden in dieser Basis lediglich durch eine begrenzende Linie repräsentiert, wodurch die Sparsität deutlich erhöht wird.

3,0 ms;  $\alpha = 50^\circ$ ; Matrixgröße =  $126 \times 168$ , FOV =  $340 \times 340 \text{ mm}^2$ , 20 Herzphasen, 32-Kanal-Spule). Die Einzelspulenbilder wurden vor Durchführung der Studie mittels einer Linearkombination [11] zu einer Bildmatrix zusammengefasst (siehe Abb. 3.6(a)). Im Gegensatz zur sonst üblichen Kombination mittels einer Summe über die Quadrate bleibt die Bildphase bei diesem Vorgehen erhalten.

Die CS-Rekonstruktion wurde ähnlich zu den in [33, 110] vorgestellten Verfahren durchgeführt (siehe Abb. 3.6). Aus allen akquirierten Herzphasen wurde ein zeitliches Mittelbild berechnet (siehe Abb. 3.6(b)). Dieses wurde von der in Abb. 3.6(a) gezeigten endsystolischen Herzphase subtrahiert. Daraus resultierte die in Abb. 3.6(c) gezeigte sparse Darstellung, welche lediglich die Dynamik der Phase repräsentiert und welche für die Rekonstruktion mittels IST verwendet wurde. Die Endsystole wurde ausgewählt, da sie den größten Unterschied zum zeitlichen Mittelbild kodiert und damit am anfälligsten für etwaige Rekonstruktionsfehler ist. Erneut wurde die retrospektive Unterabtastung auf eine Dimension beschränkt (siehe Abb. 3.6(d)). Der Schwellwert  $\tau$  entsprach dabei einem Wert von 0,1 und es wurde innerhalb der Rekonstruktion keine weitere Sparsifizierung der zeitlichen Differenzbilder vorgenommen.

Schließlich wurde der in Abb. 3.1 gezeigte Algorithmus verwendet, um ein Set von LPSFs sowie eine entsprechende Auflösungskarte für die sparse Darstellung der endsystolischen Herzphase zu bestimmen. Die Störungen wurden dabei auf  $a_1 = 0,1\%$  bzw.  $a_2 = 0,2\%$  der ursprünglichen Pixelamplitude gesetzt.



**Abbildung 3.6:** Cine-Akquisition zur funktionellen Herzbildgebung. Eine CS-Beschleunigung der dynamischen Bilderserie wurde zur Validierung der Auflösungsstudie *in-vivo* herangezogen. Das Differenzbild 3.6(c) ergibt sich durch Subtraktion des zeitlichen Mittelbildes aller Herzphasen 3.6(b) von einer einzelnen Herzphase (Abb. nach [113]).

#### 3.3.4 Zeitliche Auflösung in der dynamischen Herzbildgebung

Das Prinzip der LPSF ist nicht auf die räumlichen Dimensionen beschränkt. Analog kann eine LPSF in der zeitlichen Dimension einer dynamischen Bilderserie bestimmt werden. Diese ermöglicht äquivalent zu vorangegangenen Beispielen die Bestimmung einer zeitlichen Auflösung.

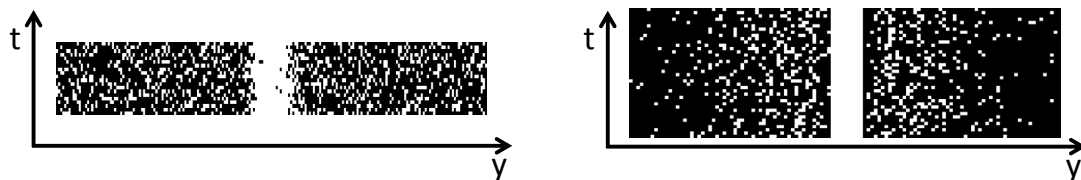
In diesem Kapitel wurden Studien zur zeitlichen Auflösung von x-f-sparsen MR-Aufnahmen durchgeführt. Als erstes Beispiel wurde erneut die segmentierte 2D-Cine für die funktionelle Herzbildgebung herangezogen (3 T Ganzkörpertomograph; Magnetom Trio, Siemens Healthcare, Erlangen; Deutschland; bSSFP;  $TE = 1,8 \text{ ms}$ ;  $TR = 3,6 \text{ ms}$ ;  $\alpha = 45^\circ$  Schichtdicke = 8 mm;  $FOV = 380 \times 297 \text{ mm}^2$ ; Matrixgröße =  $256 \times 208$ ; 20 Herzphasen;

32-Kanal-Spule; zeitliche Auflösung = 47 ms).

Zusätzlich wurde die zeitliche Auflösung einer Herzperfusionsmessung untersucht (gleicher Tomograph; Saturation Recovery FLASH; TE = 1,4 ms; TR = 2,5 ms;  $\alpha = 12^\circ$ ; Schichtdicke = 8 mm; FOV =  $320 \times 240 \text{ mm}^2$ ; Matrixgröße =  $160 \times 120$ ; 32-Kanal-Spule;  $R_{PI} = 2$ ; 40 Einzelbilder). Dem Proband wurden dazu 4 ml Gadovist (Gadovist, Bayer Schering Pharma, Berlin) intravenös injiziert.

Beide Aufnahmen wurden retrospektiv in Phasenkodierrichtung unterabgetastet ( $R_{Funktion} = 3$ ,  $R_{Perfusion} = 5$ , siehe Abb. 3.7) und anschließend mit Hilfe des IST-Algorithmus rekonstruiert. Für jede Akquisition wurde dabei ein neues Abtastschema gewählt.

Im Gegensatz zu Kap. 3.3.3 wurde kein zeitliches Differenzbild, sondern eine Transformation in den x-f-Raum, wie in Abb. 2.13 beispielhaft gezeigt, zur Sparsifizierung der Bilderserie verwendet [37]. Die dynamische Bilderserie im Ortsraum wurde hierzu in Zeitrichtung fouriertransformiert.



(a) Für die Unterabtastung der funktionellen Bilderserie verwendetes Muster, Beschleunigungsfaktor  $R_{Funktion} = 3$

(b) Für die Unterabtastung der Perfusions-Bilderserie verwendetes Muster, Beschleunigungsfaktor  $R_{Perfusion} = 5$

**Abbildung 3.7:** Abtastschemaschemata für die Beschleunigung unter Ausnutzung von x-f-Sparsität.

Um die zeitliche Auflösung der beiden Bilderserien orts- und zeitaufgelöst zu ermitteln, wurde das in Kap. 3.2 vorgestellte Verfahren auf die zeitliche Dimension angewendet. Dazu wurde analog zu Abb. 3.1 zusätzlich zu der eben beschriebenen IST-Rekonstruktion ein weiterer Durchlauf durchgeführt. Eine Störung wurde in einem Pixel eines Einzelbildes der dynamischen Bilderserie (x-t-Raum) gesetzt und nach erneuter Applikation der Unterabtastung mit dem IST-Algorithmus rekonstruiert. Die Subtraktion der ersten Bilderserie ohne Störung von der zweiten führte zu einer zeitlichen LPSF (engl. *Local Temporal Point Spread Function*, LTPSF) für das gestörte Pixel entlang der zeitlichen Dimension. Die Breite der LTPSF wurde zur Definition einer zeitlichen Auflösung verwendet, wobei die Breite einer diskreten Zeiteinheit  $w = 1$  erneut den Referenzpunkt für die Auflösung einer vollständigen Abtastung darstellte. Ein Satz von LTPSF ermöglichte folglich die Bestimmung einer zeitlichen Auflösungskarte.

Es wurde beispielhaft eine solche Karte für die systolische Herzphase der funktionellen Aufnahme bestimmt. Zudem wurde der zeitliche Verlauf eines Pixels im Myokardgewebe zwischen CS-beschleunigter und vollständig abgetasteter Rekonstruktion verglichen.

Für die Herzperfusionsmessung wurde eine Auflösungskarte für den Zeitpunkt der Anflutung des Kontrastmittels im Myokard bestimmt und der zeitliche Verlauf für ein repräsentatives Pixel betrachtet. Die Amplituden der Störungen betrugen  $a = 1\%$  bzw.

$a = 2\%$  zum Test der Linearität.

## 3.4 Ergebnisse

### 3.4.1 Auflösungsverhalten bei Verwendung verschiedener Unterabtastchemata

In Abb. 3.8(a)-3.8(c) sind die CS-Rekonstruktionen unter Verwendung der verschiedenen Unterabtastmuster dargestellt. Die grobe Struktur der Objekte ist jeweils akkurat rekonstruiert und es bleiben keine sichtbaren Aliasing-Artefakte in der unterabgetasteten Dimension zurück. Die Rekonstruktion unter Verwendung von Abtastmuster (a) in Abb. 3.8(a) weist keine sichtbaren Unterschiede zum Original-Phantombild auf. In Abb. 3.8(b) ist innerhalb der homogenen Objekte ein leichtes Streifenmuster erkennbar, während die Kanten noch scharf abgebildet wurden. In Abb. 3.8(c) tritt neben den verbleibenden Streifen zusätzlich eine Aufweichung und Verschmierung der Kanten auf.

Ein deutlicheres Bild der Auflösung zeichnen bereits die in Abb. 3.8(d)-3.8(f) dargestellten Profile durch die feine Kammstruktur des Phantoms. Die schwarze dünne Linie zeigt jeweils den Verlauf im vollständig abgetasteten Originalphantom. Während die erste Rekonstruktion diesen nahezu perfekt wiedergibt, tritt bereits bei Abtastmuster (b) eine deutlich sichtbare Glättung auf. Die scharfen Kanten werden nicht mehr optimal rekonstruiert. Dieser Effekt ist bei Abtastmuster (c) noch deutlicher. Die Rekonstruktion konnte zwar die Artefakte außerhalb des Objektes eliminieren, ist jedoch nicht in der Lage, die feine Struktur wiederzugeben.

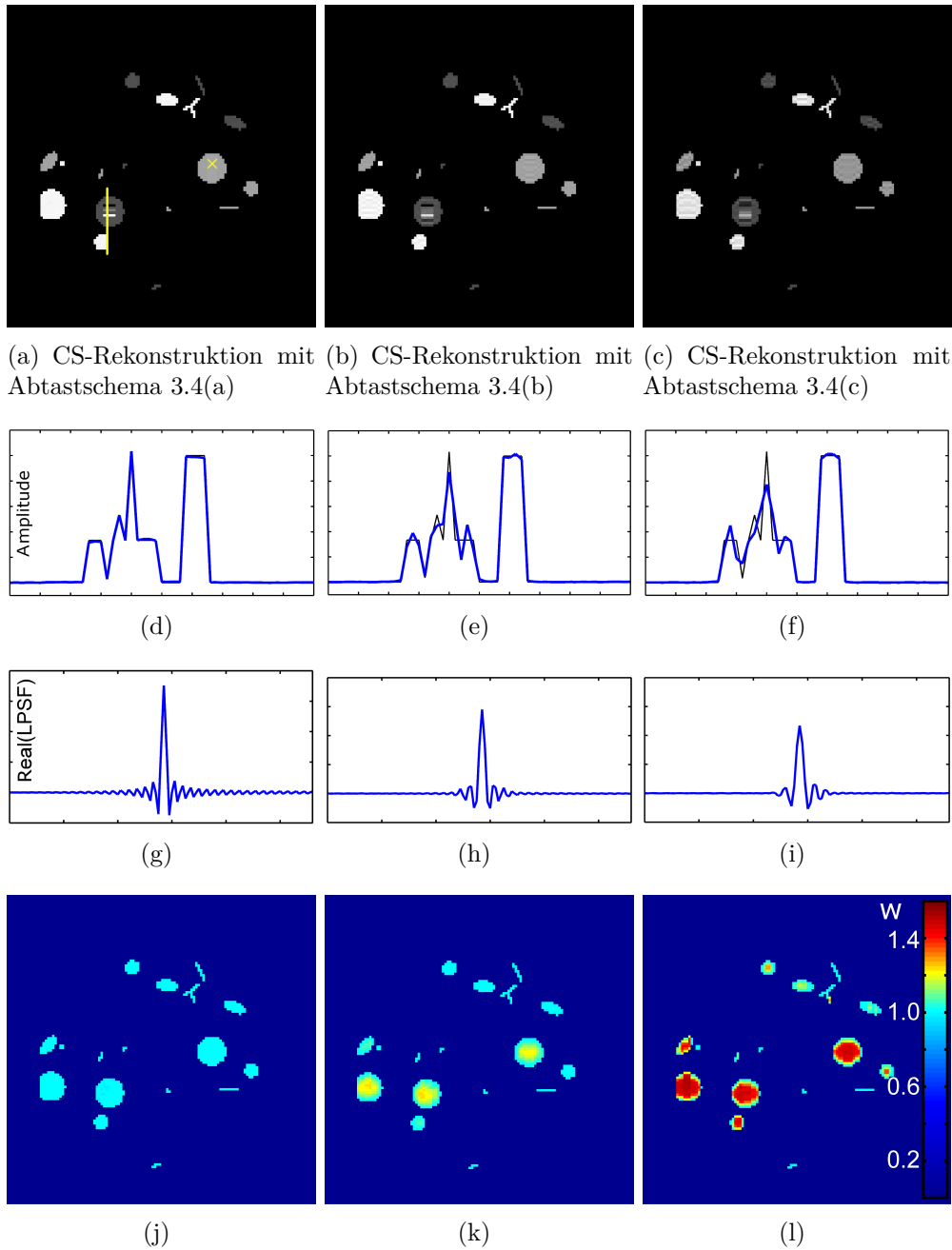
In Abb. 3.8(g)-3.8(i) wird je eine LPSF beispielhaft für das mit einem gelben Kreuz markierte Pixel gezeigt. Schon hier fällt eine Verbreiterung des Hauptmaximums in Richtung stärkerer Gewichtung der Abtastung zum  $k$ -Raum-Zentrum hin auf. Die normierten LPSFs für einfache und doppelte Störung zeigen exakt identische Verläufe, so dass keine Überlagerung der beiden Funktionen dargestellt wurde.

Die aus den Sätzen von LPSFs resultierenden Auflösungskarten (Abb. 3.8(j)-3.8(l)) geben die durch die Rekonstruktion erzielte lokale Auflösung übersichtlich wieder. Die Rekonstruktion unter Verwendung von Muster (a) zeichnet sich durch eine nahezu in allen Regionen optimale Auflösung von  $w = 1$  aus. Die Karte zeigt global keine Verbreiterungen des Hauptmaximums und entspricht daher der Auflösung eines Bildes unter vollständiger Abtastung mit globaler Einhaltung des Nyquist-Kriteriums.

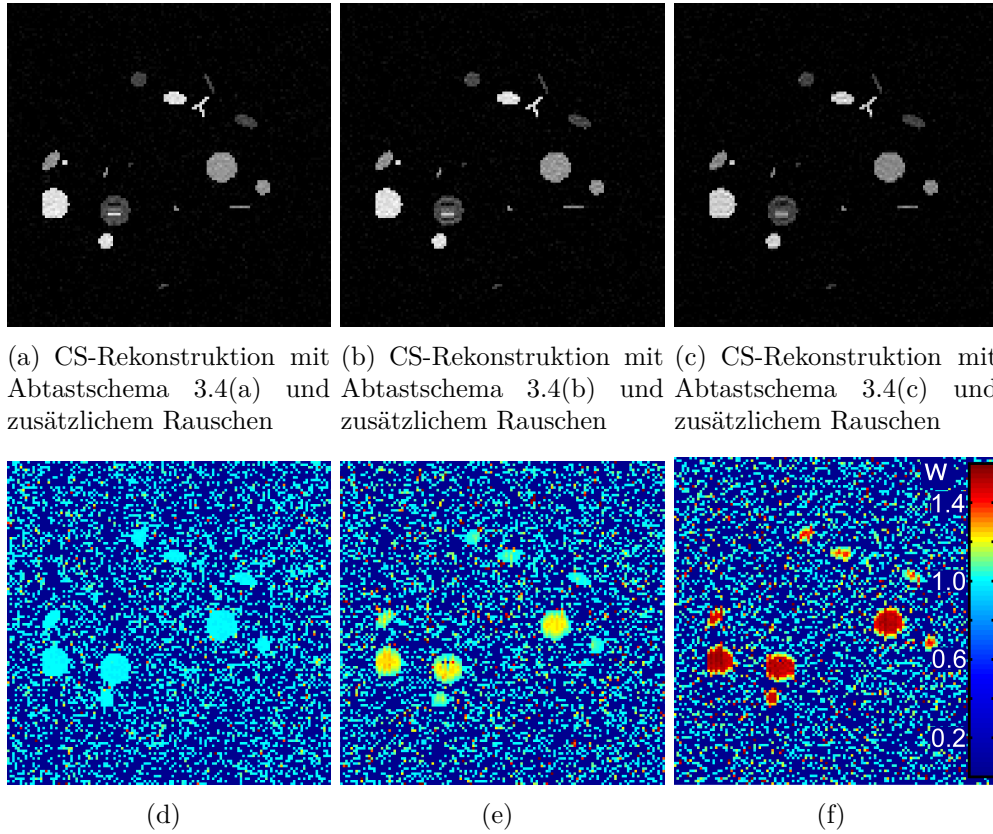
Störungen außerhalb der Objekte wurden durch den CS-Algorithmus unterdrückt, so dass keine sinnvolle LPSF bestimmt werden konnte. In Fällen, in denen das Hauptmaximum nicht am Ort der gesetzten Störung zu liegen kam, wurde ein Wert von null in der Auflösungskarte abgebildet.

In Abb. 3.8(k) wird bereits ein Auflösungsverlust innerhalb der großen Objekte erkennbar. Die Hauptmaxima der LPSF sind dort um maximal 24% verbreitert. In 3.8(l) ist der Verlust noch drastischer. Werte bis  $w = 1,54$  zeigen eine deutliche Degradierung der Auflösung bei Verwendung des stark gewichteten Musters (c).





**Abbildung 3.8:** Ergebnisse des Auflösungstests für die in Abb. 3.4 dargestellten Abtast-schemata. Die Resultate sind spaltenweise für entsprechende Muster zu interpretieren. Die Abbildungen (a-c) zeigen die CS-Rekonstruktionen. Die gelbe Linie in (a) markiert das in (d-f) für entsprechende Rekonstruktionen dargestellte Profil, das gelbe Kreuz den Ort der für die Berechnung der in (g-i) dargestellten LPSFs verwendeten Störung. In (j-l) sind die berechneten Auflösungskarten zu sehen (Abb. nach [113]).



**Abbildung 3.9:** Ergebnisse des Auflösungstests für die in Abb. 3.4 dargestellten Abtastschema mit zusätzlichem Rauschen. Die Abbildungen (a-c) zeigen die CS-Rekonstruktionen, in (d-f) sind die zugehörigen Auflösungskarten zu sehen (Abb. nach [113]).

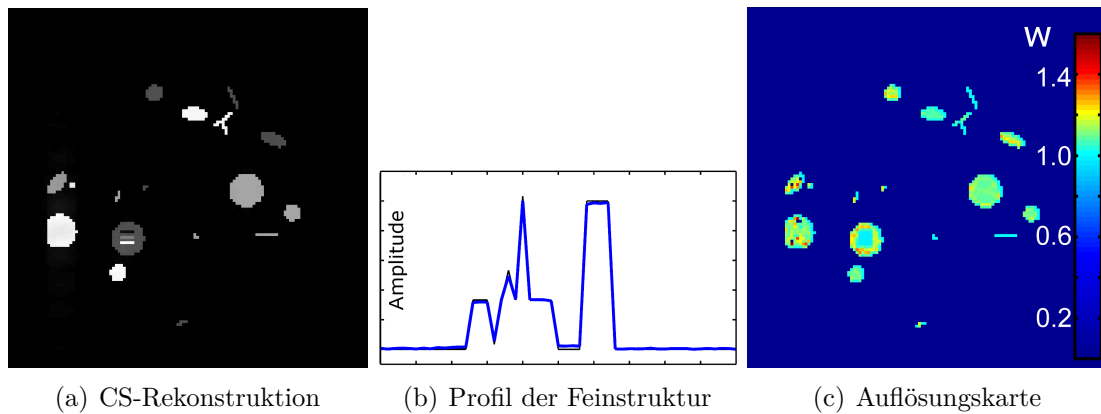
Die Ergebnisse der Studie mit einem zusätzlich überlagerten Rauschen sind in Abb. 3.9 dargestellt. Rekonstruktionen und Auflösungskarten reproduzieren qualitativ die Ergebnisse des rauschfreien Falls. Erneut wurden Pixel, in denen die Störung nicht zu einer LPSF mit Hauptmaximum an der gestörten Stelle führte, mit einem Wert von null versehen.

Der zusätzlich durchgeführte Test mit einer doppelten Störung zeigte ein lineares Verhalten für sämtliche gesetzte Störungen. Die LPSFs des zweiten Durchlaufs wiesen in allen Pixeln eine doppelte Amplitude bezüglich der LPSFs des ersten Durchlaufs auf.

Die Bestimmung einer  $128 \times 128$  großen Auflösungskarte benötigte ca. 1,5 Stunden bei Verwendung eines Intel Core i7 @ 3,4 GHz mit 16 GB RAM.

### 3.4.2 Auflösungsverhalten bei Verwendung diskreter Gradienten als Sparsitätstransformation

Abbildung 3.10(a) zeigt die Rekonstruktion des Phantoms unter Verwendung der Sparsitätsbasis diskreter Gradienten ( $\Psi = \text{DG}$ ). Das Bild unterscheidet sich visuell nur marginal vom Originalbild. Das weiße runde Objekt links im Bild zeigt einen minimalen Schleier in der beschleunigten Richtung. Ansonsten wurden alle Objekte korrekt abgebildet. Das gesondert dargestellte Profil (siehe Abb. 3.10(b)) bestätigt diesen Eindruck. Der Unterschied zum Original ist auch in dieser Betrachtung klein.

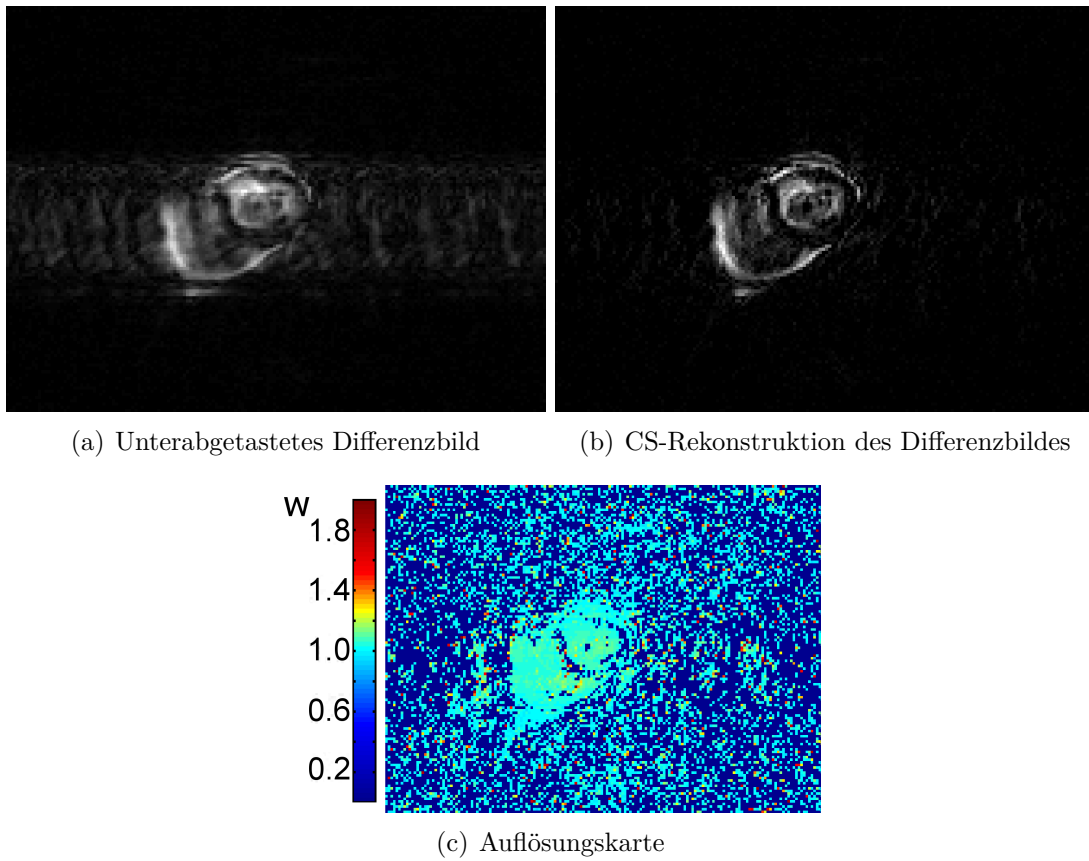


**Abbildung 3.10:** Auflösungsstudie unter Verwendung diskreter Gradienten zur Sparsifizierung des Phantombildes (Abb. nach [113]).

Die Karte in Abb. 3.10(c) gibt das Ergebnis der Auflösungsstudie wieder. Während Kanten und Feinstruktur eine Auflösung nahe bei  $w = 1$  besitzen, tritt in homogenen Flächen eine leichte Verbreiterung der LPSF auf. Der zusätzlich durchgeführte Test bestätigte auch hier retrospektiv die Linearitätsannahme.

### 3.4.3 Räumliche Auflösung in der funktionellen kardialen Bildgebung

Das vorgestellte Verfahren zur Auflösungsbestimmung konnte erfolgreich für nichtlineare und nichtstationäre Algorithmen in der *in-vivo* Bildgebung angewendet werden. Abbildung 3.11 zeigt zunächst die CS-Rekonstruktion. Während in der inversen Fouriertransformation der unterabgetasteten Daten Artefakte deutlich erkennbar sind (Abb. 3.11(a)), war es möglich, diese mit Hilfe des CS-Algorithmus weitestgehend zu entfernen (siehe Abb. 3.11(b)). Die Auflösungskarte offenbart, dass die Beschleunigung nicht zu Lasten der Bildauflösung erfolgte. Bis auf vereinzelte Ausnahmen erzielen die mit Information behafteten Pixel des Differenzbildes einen Auflösungs Wert von  $w \approx 1$ . Der Auflösungstest verifizierte, dass bei keiner der applizierten Störungen der lineare Bereich des Operators  $N$  verlassen wurde.



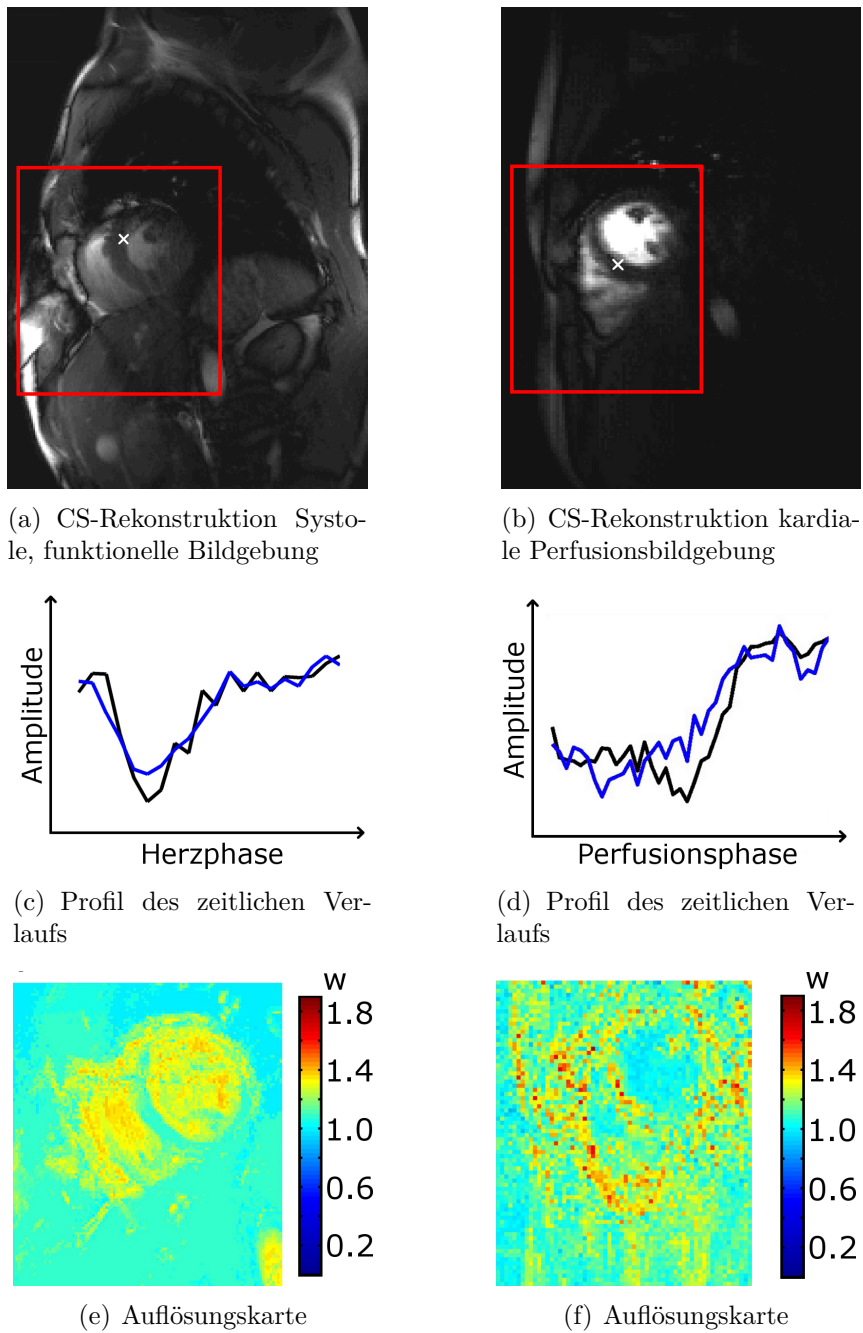
**Abbildung 3.11:** Auflösungsstudie für die funktionelle Herzbildgebung. Die Auflösungskarte weist im Bereich des Differenzbildes bis auf wenige Ausnahmen Werte von  $w \approx 1$  auf. In Bereichen, in denen in der sparsen Basis lediglich Rauschen kodiert ist, kam es vermehrt zu einer Unterdrückung der Störung, d.h. die bestimmte LPSF konnte nicht zur Bestimmung der Auflösung verwendet werden. Entsprechende Pixel wurden in der Karte mit einem Wert von null versehen (Abb. nach [113]).

#### 3.4.4 Zeitliche Auflösung in der dynamischen Herzbildgebung

In Abb. 3.12 ist die Studie der zeitlichen Auflösung zu sehen. Die linke Seite stellt die Ergebnisse der CS-beschleunigten funktionellen Herzbildgebung, die rechte die der Perfusionsaufnahme dar.

Die CS-Rekonstruktion der Herzfunktion (Abb. 3.12(a)) weist kaum sichtbare Beeinträchtigungen auf. Lediglich im Bereich der linken Vorderwand sind leichte, auf die Unterabtastung zurückzuführende Artefakte erkennbar.

Das zeitliche Profil (Abb. 3.12(c)) ermöglicht eine Einschätzung der potentiellen zeitlichen Auflösungsverluste der CS-rekonstruierten Bilderserie. Es wurde dabei beispielhaft ein Pixel gewählt, das in der diastolischen Herzphase innerhalb des Blutpools und in der systolischen Phase im Myokardgewebe zum Liegen kam. Dies gewährleistet ei-



**Abbildung 3.12:** Auflösungsstudie für die dynamische Herzbildgebung. Die Profile in der zweiten Zeile zeigen den zeitlichen Verlauf in dem mit einem weißen Kreuz gekennzeichneten Pixel. Die schwarze Linie beschreibt dabei je den Verlauf in der vollständig abgetasteten Referenz, die blaue Linie den Kurs in der CS-rekonstruierten Version. Der rote Rahmen markiert den in den Auflösungskarten dargestellten Bereich (Abb. nach [113]).

ne hohe Dynamik in der zeitlichen Entwicklung. Es ist eine Glättung im Verlauf der CS-Rekonstruktion zu erkennen, die sich schließlich auch in der entsprechenden Auflösungskarte (Abb. 3.12(e)) manifestiert. Lediglich Pixel, die keinerlei Dynamik aufwiesen, erreichten eine optimale zeitliche Auflösung von  $w = 1$ . Pixel, die einer zeitlichen Evolution unterworfen waren, zeigten eine Verbreiterung der LTPSF und damit einen Verlust an zeitlicher Auflösung.

Ähnliche Beobachtungen wurden im Fall der beschleunigten Perfusionsbildgebung gemacht. Die CS-Rekonstruktion (Abb. 3.12(b)) gibt erneut einen sehr guten visuellen Eindruck ohne erkennbare Unterabtastungs-Artefakte. Auch hier war im zeitlichen Verlauf (Abb. 3.12(d)) eine Glättung in der CS-Rekonstruktion zu verzeichnen. Die Auflösungskarte zeigte erneut einen deutlichen zeitlichen Auflösungsverlust für dynamische Pixel. Es wurden dabei Verbreiterungen der LTPSF von bis zu 80% beobachtet.

Der Durchlauf mit doppelter Störung verifizierte auch hier die Linearität der durchgeführten Approximation.

## 3.5 Diskussion

In diesem Kapitel wurde das Konzept der Bestimmung lokaler Punktspreizfunktionen zur Bestimmung der Bildqualität bei der Verwendung des nichtlinearen und nichtstationären CS-Rekonstruktionsalgorithmus IST in der MRT untersucht. Die Technik berechnet die LPSF mittels einer Rekonstruktion kleiner, pixelweiser Störungen im linearen Bereich des Algorithmus. Dabei wurde speziell die lokale Auflösung anhand der Breite des Hauptmaximums  $w$  der LPSF ermittelt. Ein Satz von LPSFs, d.h. eine LPSF für jedes Pixel eines Bildes, wurde verwendet, um Auflösungskarten von CS-rekonstruierten Aufnahmen zu bestimmen.

Während in der klassischen MRT üblicherweise nur geringe Abweichungen von Stationarität z.B. aufgrund von Spulensensitivitäten auftreten, führen CS-Algorithmen eine zusätzliche Verschiebungsvarianz in die Gesamttransformation ein. Pixel erhalten eine Abhängigkeit von der Umgebung oder der Sparsität des Gesamtbildes, so dass die Bildgebungstransformation ihre Ortsunabhängigkeit verliert. Eine Beschreibung der Bildgebung kann nicht mehr in eine globale PSF abstrahiert werden. Um der lokalen Abhängigkeit durch Spulensensitivitäten Rechnung zu tragen, wurden beispielsweise in der MR-Spektroskopie schon früher Punktspreizfunktionen für Korrekturzwecke lokal bestimmt [101].

Eine CS-Rekonstruktion ist zusätzlich durch ein nichtlineares Verhalten charakterisiert. Beispielsweise sind sehr kleine Pixeleinträge in Relation zum Gesamtbild einer tendenziellen Unterdrückung zu Lasten größerer Einträge unterworfen. Es war daher notwendig, die LPSF im linearen Regime des assoziierten Operators  $N$  zu definieren.

Um die Bildqualität umfassend zu beschreiben, ist zusätzlich zur Betrachtung der Auflösung eine Untersuchung des Bildrauschens sowie der Aliasing-Artefakte notwendig. Ding et al. [26] verwenden ein bildraumbasiertes Verfahren, um das ortsabhängige Bildrauschen unter nichtlinearer Rekonstruktion zu beschreiben. Die Multi-Replika-Methode nach

Robson et al. [84] wurde ursprünglich für eine Betrachtung des SNRs und der Rauschverstärkung bei der PI entwickelt. Diese bestimmt eine Vielzahl an PI-Rekonstruktionen, jeweils unter einem anderen, authentisch synthetisierten Spulenrauschen. Der orts aufgelöste Vergleich der Standardabweichung des Eingangsrauschens mit der Standardabweichung in der Rekonstruktion erlaubt eine orts aufgelöste Bestimmung der Rauschverstärkung. Da die PI eine lineare Operation repräsentiert, weisen das Eingangsrauschen sowie das Rauschen im Bild die gleiche statistische Verteilung auf, so dass die Standardabweichung für eine Gegenüberstellung herangezogen werden kann. Eine Berücksichtigung der nichtlinearen Effekte in der Statistik des Rauschens ermöglicht jedoch auch eine entsprechende Analyse für Rekonstruktionen, die z.B. auf der Kombination von PI und CS basieren (siehe Kap. 5.2.3).

Generell kann jedoch eine sinnvolle Bewertung des Rauschens nur unter Kenntnis der Auflösung erfolgen. Eine verringerte Auflösung wirkt sich, zumindest in der klassischen Fourierbildgebung, positiv auf das SNR aus und umgekehrt. Es ist daher von besonderem Interesse, eventuelle Abhängigkeiten zwischen Auflösung und Bildrauschen im speziellen Fall der CS-Bildgebung nachvollziehen zu können. Eine Optimierung von Regularisierungsparametern auf dieser Basis könnte die Robustheit von CS zusätzlich verbessern. Eine Studie der Aliasing-Artefakte ist ebenfalls mit Hilfe einer LPSF denkbar. Bisher wurde lediglich das Hauptmaximum und dessen Breite betrachtet, um Information über die lokale Auflösung zu erhalten. Die übrigen Pixel fernab des Maximums tragen jedoch genau die für eine Untersuchung des Aliasings notwendige Information.

Die Studie zum Auflösungsverhalten bei der Verwendung von k-Raum-Abtastungen mit einer unterschiedlichen Gewichtung in Richtung des Zentrums hat gezeigt, dass eine entsprechende Studie bei der Entwicklung neuer CS-Verfahren unumgänglich ist. Die Auflösungswerte korrelierten gut mit den qualitativen Beobachtungen an den Profilen der Feinstruktur, was die Aussagekraft der berechneten Karten unterstreicht.

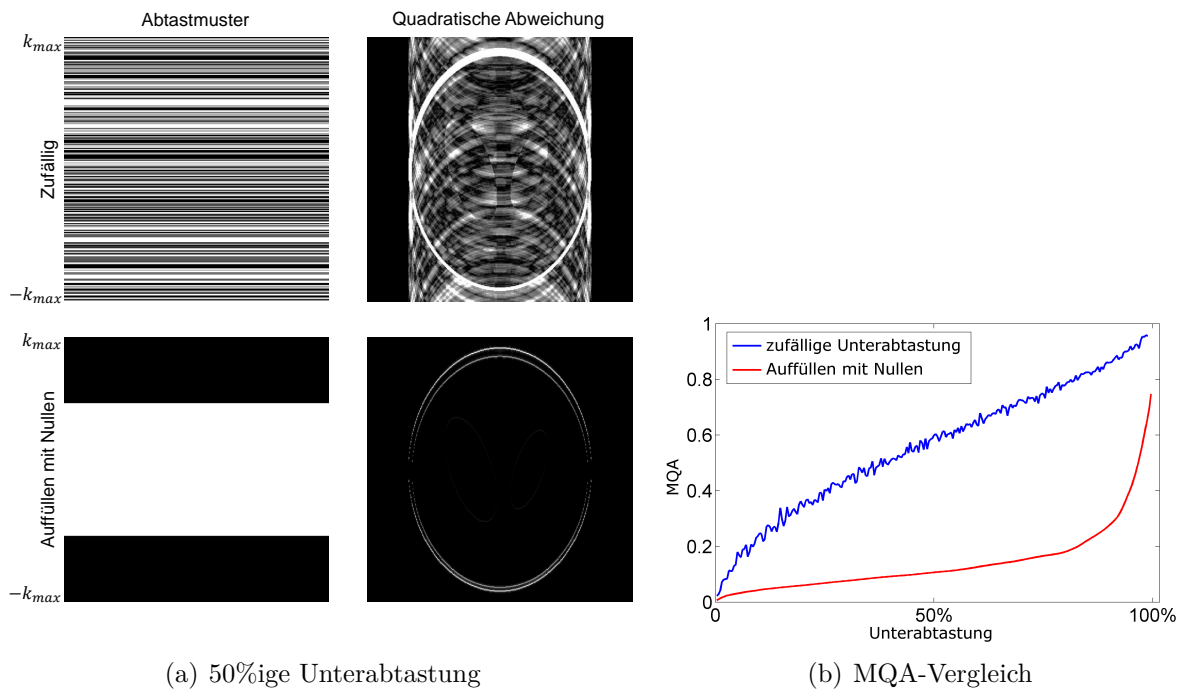
Die Dichtegewichtung der Phasenkodierschritte [38] führt bei der Unterabtastung zu einem Ausgangsbild mit geringerer Artefaktenergie (siehe Abb. 3.4(d)-3.4(f)) bzw. einer höheren Inkohärenz. Dies führt in der Regel zu einer beschleunigten und stabileren Konvergenz der CS-Algorithmen [19, 68]. In [98] wurden Unterabtastungsschemata mit einer relativ starken Gewichtung des k-Raum-Zentrums sogar als Ergebnis einer Optimierung für CS-Rekonstruktionen vorgestellt. Entscheidend ist dabei jedoch das Vergleichskriterium bzw. das verwendete Qualitätsmaß. Bisher wurde beinahe ausnahmslos die mittlere quadratische Abweichung (MQA) zu einem Goldstandardbild<sup>4</sup> als Referenz herangezogen:

$$\text{MQA} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (|I_{\text{Goldstandard}}(x_i)| - |I_{\text{CS}}(x_i)|)^2}{\sum_{i=1}^N |I_{\text{Goldstandard}}(x_i)|^2}} \quad (3.4)$$

$i$  läuft dabei durch sämtliche  $N$  Pixel des Bildes. Die MQA zeigt jedoch gerade eine hohe Sensitivität bezüglich der energiereichen Aliasing-Artefakte. Dies bedeutet ferner, dass die sich durch verringerte Artefaktenergie auszeichnenden gewichteten Abtastmuster bereits bei einer Rekonstruktion der unterabgetasteten Daten mittels inverser Fouriertransformation, d.h. ohne Anwenden von CS, besser bezüglich des MQA-Maßes abschneiden.

<sup>4</sup>Das Goldstandardbild entspricht in der Regel einem aus einer vollständigen Abtastung rekonstruierten Bild.

Abbildung 3.13 vergleicht die MQA für das Shepp-Logan-Phantom bei einer zufälligen Unterabtastung des  $k$ -Raums sowie einer „Auffüllung mit Nullen“. Unter Letzterem ist eine Vorgehensweise analog zur Fourierinterpolation zu verstehen: Die  $k$ -Raum-Mitte wird dicht gemessen, während der Rand mit Nullen zur nominellen Matrix aufgefüllt wird. Aus den resultierenden Bildern wurde die MQA bezüglich eines voll aufgenommenen Datensatzes bestimmt. Es ist klar ersichtlich, dass die zufällige Abtastung der Auffüllung mit Nullen bezüglich der MQA für sämtliche Beschleunigungsfaktoren deutlich unterlegen ist. Das hat zur Folge, dass ein Auflösungsverlust im Bild bezüglich der MQA deutlich weniger zu Buche schlägt als ein entsprechend inkohärentes Artefakt. Bereits ohne CS-Rekonstruktion ist damit das dichtegewichtete Schema deutlich im Vorteil.



**Abbildung 3.13:** Simulation zur Untersuchung der Sensitivität der MQA. Das Shepp-Logan-Phantom wurde auf zwei verschiedene Arten in einer Dimension unterabgetastet (beispielhaft in (a) für eine Beschleunigung von  $R=2$  dargestellt): Einmal mittels Auswahl der Zeilen nach Pseudo-Zufallszahlen und ein zweites Mal durch Reduzieren von  $k_{max}$  unter Auffüllung mit Nullen im peripheren  $k$ -Raum. Die  $k$ -Räume wurden jeweils in den Ortsraum transformiert und die MQA zum vollständig abgetasteten Phantom berechnet (b). Um eine glattere Kurve zu erhalten, wurden im Fall der zufälligen Abtastung über 50 verschiedene Muster gemittelt. Ohne jede CS-Rekonstruktion ist die einfache Reduzierung von  $k_{max}$  global deutlich im Vorteil und ermöglicht daher keine faire Bewertung bei gleichzeitigem Auftreten von Aliasing- und Blurring-Artefakten.

Schon dieser einfache Test zeigt, dass die alleinige Bestimmung der MQA nicht ausrei-



chend für eine Bewertung der Bildqualität ist. Eine Optimierung geht in der Regel zu Lasten der Auflösung. Das Miteinbeziehen der LPSF-Studie schafft diesbezüglich Abhilfe und ermöglicht eine objektivere Einschätzung. Die in Kap. 3.4.1 gezeigten Ergebnisse bekräftigen dies. Sowohl Abtastmuster (b) und (c) führten zu einem deutlichen Auflösungsverlust, der in der CS-Rekonstruktion nicht wiederhergestellt werden konnte. Es scheint somit unumgänglich, die k-Raum-Zeilen mit den nominell höchsten Frequenzen abzutasten, um die gewünschte Auflösung zu gewährleisten.

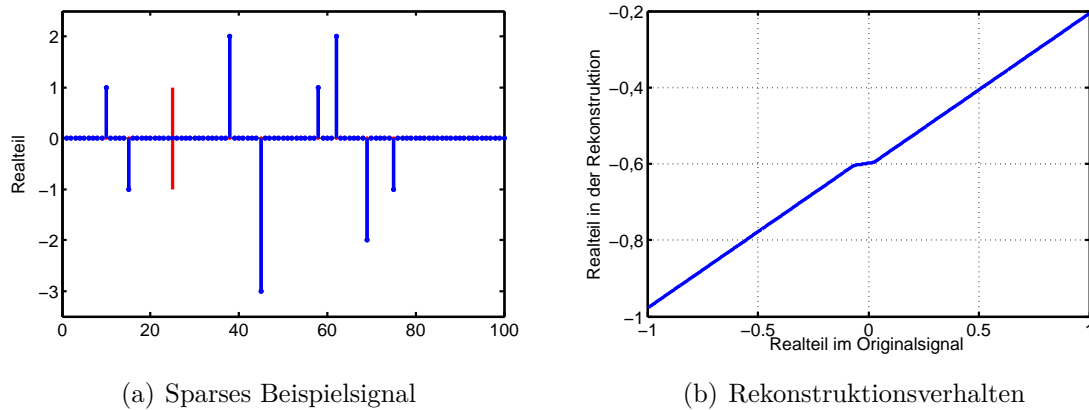
Die entsprechende Anwendung mit einem zusätzlich überlagerten Rauschen zeigte, dass die Bestimmung der LPSF auch für reale Signale zu aussagekräftigen Ergebnissen führt (siehe Abb. 3.9). Lediglich in Pixeln, die ausschließlich Rauschen und keinerlei Bildinformation kodierten, wurde die Störung häufig so stark unterdrückt, dass das Maximum der LPSF nicht am ursprünglichen Ort zum Liegen kam. Eine Auflösungsbestimmung an diesen Stellen ist jedoch generell nicht von Interesse und stellt daher keine echte Limitation der Technik dar. Allenfalls könnten die dort bestimmten LPSFs verwendet werden, um Auskunft über die Verteilung der Störungsenergie zu erlangen.

Die zusätzliche Sparsifizierung des Phantombildes mittels Transformation in die Basis diskreter Gradienten wurde in Kap. 3.4.2 bezüglich des Auflösungsverhaltens untersucht. Der CS-Algorithmus leistete eine nahezu fehlerfreie Rekonstruktion der Feinstruktur sowie eine scharfe Darstellung sämtlicher Kanten. Während bei vorherig bestimmten Auflösungskarten (Abb. 3.8 und 3.9) eine Verbreiterung der LPSF in Pixeln auftrat, deren einwandfreie Darstellung hohe räumliche Frequenzen erfordert, ist in 3.10(c) der Verlust weitestgehend auf homogene Flächen beschränkt. Der beobachtete Effekt ist in diesem Zusammenhang nicht als fehlerbehaftete Rekonstruktion zu werten. Viel mehr verifiziert die Glättung die Güte des verwendeten Modells der Sparsität im Raum diskreter Gradienten. Um die glatten Ebenen der Objekte zu rekonstruieren, unterdrückt der Algorithmus kleine Störungen, was zu einer Verbreiterung der LPSF führt. Die räumliche Mittelung in den Regionen gleicher Amplitude kann das z.B. in [54] beschriebene Potential der Rauschreduzierung einer CS-Rekonstruktion erklären. Der Einfluss auf die Bildauflösung durch die Wahl der Sparsitätsdomäne bzw. des Rekonstruktionsmodells muss bei der Entwicklung neuer CS-Methoden folglich zweifellos in Betracht gezogen werden.

Die Methode wurde weiterhin in der *in-vivo*-Bildgebung am Beispiel der funktionellen Herzbildgebung getestet. Auch hier erwies sich die Technik als stabil, so dass die Güte von Abtastschema und Schwellwertwahl retrospektiv bestätigt wurde.

Schließlich wurde die Technik verwendet, um die zeitliche Auflösung in Bilderserien zu bestimmen, die mit Hilfe des Modells der x-f-Sparsität rekonstruiert wurden. Entsprechende Rekonstruktionsmethoden verwenden eine Fouriertransformation in der zeitliche Dimension, um Bilderserien dynamischer Prozesse zu sparsifizieren (siehe Abb. 2.13). Analog zu den räumlichen Frequenzen im k-Raum sind die höheren Harmonischen der zeitlichen Frequenzen mit deutlich geringerer Amplitude vertreten. Eine Minimierung der  $l_1$ -Norm im x-f-Raum tendiert daher dazu, in erster Linie diese höheren Harmonischen zu unterdrücken. Ein solches Verhalten würde jedoch zu Lasten der zeitlichen Auflösung gehen. Um diese Effekte zu untersuchen, wurden LTPSFs und anhand deren Breite die pixelweise zeitliche Auflösung bestimmt. Die berechneten Auflösungskarten zeigten sowohl für die Funktions- als auch für die Perfusionsbestimmung eine Glättung in zeitlich dynamischen Pixeln (siehe Abb. 3.12). Beschleunigungen mit einem Faktor von drei

(funktionelle Bildgebung) bzw. fünf (Perfusionsbildgebung) gingen somit in den gezeigten Fällen mit einem Verlust an zeitlicher Auflösung bezüglich einer Nyquist-Akquisition einher. Eine Verkürzung der Akquisitionszeit ohne Verlust an Bildqualität ist in beiden Simulationen nicht vollständig gegeben.



**Abbildung 3.14:** Funktionelles Verhalten des IST-Algorithmus: In (a) ist der Realteil eines sparsen Signales mit komplexwertigen Einträgen zu sehen. Dieses wurde mit einem Faktor  $R=3$  nach Pseudo-Zufallszahlen unterabgetastet und mittels des IST-Algorithmus rekonstruiert. Es wurden viele Rekonstruktionen, jeweils mit einem unterschiedlichen Wert an der Stelle 25 (rote Markierung) durchgeführt. (b) zeigt den Realteil der Rekonstruktion an der Stelle 25 gegen den entsprechenden Realteil im Originalsignal aufgetragen. Es ist - zumindest im gestörten Eintrag - ein stetiges und differenzierbares Verhalten zu erkennen. Sämtliche Punkte auf der Kurve erlauben eine lineare Approximation in einer genügend kleinen Umgebung.

Der Linearitätstest signalisierte in allen beschriebenen Studien, dass das lineare Regime von  $N$  durch die jeweils gesetzten Störungen nicht verlassen wurde. Abbildung 3.14 suggeriert, dass der IST-Algorithmus ein Lösungsverfahren für das CS-Minimierungsproblem beschreibt, dessen funktionale Charakteristik nicht von ständigen Phasenübergängen geprägt ist. Die lineare Näherung lässt sich auch im nichtlinearen Bereich im Zentrum der Grafik durch hinreichend kleine Störungen bestimmen. Eine Rekonstruktion, die sich bei minimal unterschiedlichen Eingangswerten sprunghaft verhält, erweist sich zudem, abgesehen von der LPSF-Bestimmung, als wenig sinnvoll für eine verlässliche Bildgebung. Da für den Linearitätstest ein vollständiger zusätzlicher Satz von LPSFs bei doppelter Störung erforderlich wird, beansprucht die Bestimmung der Auflösungskarten eine relativ lange Rechenzeit. Die in Kap. 3.4.1 angegebenen 1,5 Stunden für einen Durchlauf entsprechen der rein sequentiellen Berechnung. Die Prozedur kann jedoch in  $n$  parallele Prozesse zerlegt werden, wobei  $n$  der Anzahl der Bildpixel entspricht. Damit ist eine Karte mit derzeitig erhältlichen Grafikprozessoren in unter einer Minute bestimmbar.

## 3.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde die Berechnung der LPSF für MR-Rekonstruktionen unter Verwendung des nichtlinearen und nichtstationären IST-Algorithmus untersucht. Die Studien zur Auflösungsbestimmung bescheinigten der LPSF die Funktion unter realen Bedingungen. Die LPSF repräsentiert somit ein Maß, das eine objektive Bewertung der Bildqualität ermöglicht und dadurch die Verbesserung von CS-Methoden in der MR-Bildgebung weiter vorantreiben kann.

# 4 Beschleunigung der präklinischen funktionellen MR-Herzbildgebung mit Hilfe von Compressed Sensing

## 4.1 Einleitung

Die MR-Cine-Bildgebung am Mäuse- bzw. Rattenherz ermöglicht eine hervorragende Diagnostik und Phänotypisierung in der präklinischen Forschung kardialer Krankheitsbilder und kann mittlerweile als Referenzmethode betrachtet werden ([89], siehe auch Kap. 2.4.4). Für die Bestimmung funktioneller Parameter findet ähnlich zur klinischen Anwendung (siehe Abb. 2.23) gewöhnlich eine getriggerte Aufnahme im 2D-Kurzachsenschnitt für ca. zehn Schichten statt. Die Messung muss zusätzlich zur Segmentierung des Herzschlages auf Atempausen getriggert werden, was die Aufnahmedauer deutlich in die Länge zieht.

Zur Beschleunigung der Prozedur wurde neben hoher Feldstärken und schneller Bildgebungssequenzen bereits die Parallele Bildgebung (PI) durch Schneider und Kollegen [91, 92] in die präklinische Herz-MRT eingeführt. Diese ermöglicht eine Reduktion der Messdaten um einen Faktor von  $R=3$ , setzt allerdings den Einsatz von Spulenarrays sowie eines MR-Tomographen mit mehreren Empfangskanälen voraus. Die geringe Größe der Kleintiere, die damit verbundene räumliche Nähe und die resultierenden geringen Spulenabmessungen stellen zudem eine hohe technische Herausforderung bei der notwendigen Entkopplung der Spulen dar.

Eine Beschleunigungstechnik, die ohne zusätzliche Hardware auskommt, ist das in Kap. 2.2 vorgestellte Compressed Sensing (CS). Die Methode wurde bereits mehrfach zur Verkürzung der Akquisitionszeit in der klinischen Herzbildgebung herangezogen (z.B. [37, 110]), jedoch bisher nicht in der entsprechenden Untersuchung am Kleintier.

In Zusammenarbeit mit der von Dr. Jürgen E. Schneider geleiteten *British Heart Foundation Experimental Magnetic Resonance Unit (BMRU)* der *University of Oxford* wurde eine Methode zur CS-beschleunigten funktionellen Herzbildgebung am Kleintiermodell entwickelt. Ziel der Studie war die Verkürzung der Akquisitionszeit unter Aufrechterhaltung der zeitlichen und räumlichen Auflösung der bisher standardmäßig durchgeführten Aufnahme. Dazu wurde ein dedizierter CS-Algorithmus für die präklinische funktionelle Herzbildgebung bei 9,4T entwickelt und implementiert. Die Technik wurde zunächst anhand retrospektiv unterabgetasteter Datensätze an gesunden sowie an operativ veränderten Mäusen validiert. Funktionelle Parameter wurden sowohl für die beschleunigten Messungen als auch für die vollständig abgetastete Aufnahme bestimmt und statistisch

analysiert, um einen maximalen Beschleunigungsfaktor zu ermitteln. Anschließend wurde die Technik mit entsprechend beschleunigten Abtastschemata am Tomographen implementiert und die damit erzielten Aufnahmen wurden ebenfalls mit vollständig abgetasteten Datensätzen verglichen.

Sämtliche Messungen sowie Operationen am Kleintier wurden von der Arbeitsgruppe in Oxford durchgeführt. Ebenso wurden die rekonstruierten Bilderserien zur Bestimmung der funktionellen Parameter von dieser Gruppe segmentiert.

Der Inhalt dieses Kapitels wurde in weiten Teilen in [111] publiziert. Übernommene Abbildungen und Teile von Abbildungen sind gekennzeichnet. Die Zustimmung des Verlages *John Wiley & Sons* wurde eingeholt.

## 4.2 Methoden

### 4.2.1 Tiermodell

Für die Studien in diesem Kapitel wurden C57BL/6 Mäuse verwendet. Diese wurden mindestens eine Woche vor der MR-Untersuchung bzw. des operativen Eingriffs von einem kommerziellen Züchter (Harlan, UK) bezogen und konnten sich somit an die neue Umgebung gewöhnen. Die Mäuse wurden unter kontrollierten Bedingungen in Bezug auf Temperatur, Feuchtigkeit und Licht gehalten und hatten Zugang zu Futter und Wasser. Bei fünf Mäusen ( $25,9 \pm 0,7$  g) wurde ein chronischer Myokardinfarkt operativ induziert. Dazu wurden die Tiere zunächst mit 2% Isofluran in 100% Sauerstoff anästhesiert, intubiert und anschließend mit einem Atemzugvolumen von  $250 \mu\text{l}$  und einer Atemfrequenz von 150/min ventiliert (Hugo-Sachs MiniVent type 845, Harvard Apparatus, UK). Eine Thorakotomie wurde im vierten Interkostalraum durchgeführt, um eine permanente Ligatur der linken vorderen absteigenden Koronararterie vorzunehmen. Die Mäuse erhielten zur Schmerzlinderung  $0,8 \text{ mg/kg}$  Buprenorphin subkutan.

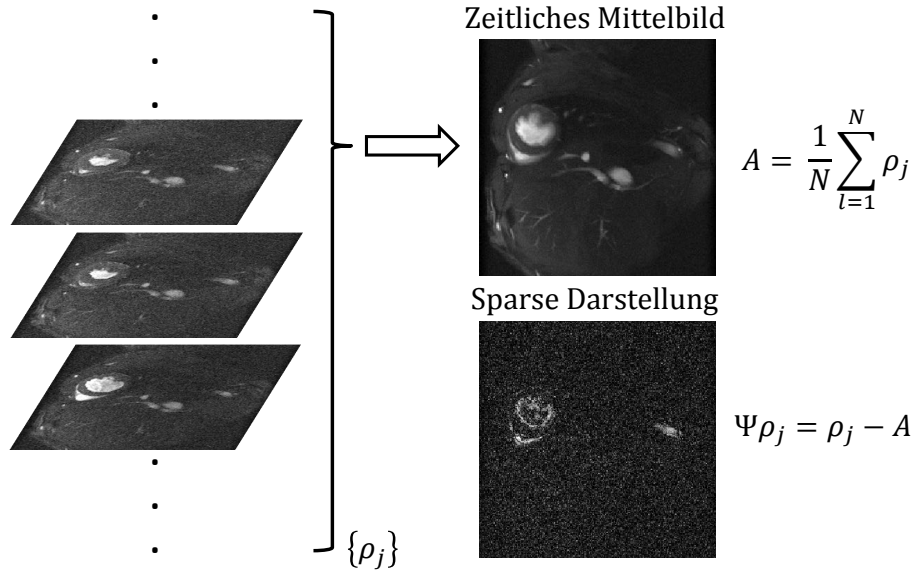
Die Gruppe aus fünf Mäusen wurde in der Validierungsphase der Studie zusammen mit einer Gruppe von fünf scheinoperierten Mäusen ( $26,6 \pm 3,2$  g) vereint und acht Wochen nach der Operation mit einem Standard-MRT-Cine-Protokoll [90] untersucht.

Zusätzlich wurde eine Kontrollgruppe von fünf gesunden Mäusen ( $25,8 \pm 3,4$  g) für die Durchführung beschleunigter Messungen gehalten.

Die MRT-Messungen wurden unter Anästhesie der Tiere durchgeführt. Diese wurde mittels 4% Isofluran in 100% Sauerstoff eingeleitet. Die Tiere waren während der Untersuchung auf einem warmen ( $37^\circ$ ) Luftpolster in der Mäusewiege gebettet und wurden mit 1,5-2,0% Isofluran bei einem Sauerstofffluss von  $2 \text{ l/min}$  versorgt. Herz- und Atemaktivität wurden ständig überwacht [17].

Die durchgeführten Untersuchungen wurden vom Ethik-Ausschuss der Universität Oxford in Übereinstimmung mit der *Home Office Guidance on the Operation of the Animals (Scientific Procedures) Act, 1986 (HMSO)* genehmigt.

### 4.2.2 Datenakquisition und Rekonstruktion



**Abbildung 4.1:** Sparse Transformation: Aus einem Satz an Bildern je einer Herzphase  $\{\rho_j\}$  wird zunächst ein zeitliches Mittelbild  $A$  berechnet. Die Differenz aus Einzelbild  $\rho_j$  und Mittelbild  $A$  ergibt eine für die Beschleunigung mittels CS ausreichend sparse Darstellung (Abb. nach [111]).

Die MRT-Aufnahmen wurden an einem 9,4T (400 MHz) System mit horizontalem Magneten (Varian, Palo Alto, CA, USA) von der *BMRU* durchgeführt. Der Tomograph war mit einer VNMRs DirectDrive Konsole, einem abgeschirmten Gradientensystem (1 T/m; Anstiegszeit 130  $\mu$ s) sowie einer Birdcage-Spule (Rapid Biomedical, Rimpar, Deutschland, Innendurchmesser 33 mm) ausgestattet. Nach Lokalisierung der Zielvolumina wurden segmentierte Cine-Aufnahmen im Kurzachsenschnitt mit Hilfe einer Gradientenechosequenz (FLASH) akquiriert. Acht bis neun aufeinanderfolgende 1mm dicke 2D-Schichten wurden aufgenommen, um eine vollständige Herzabdeckung zu gewährleisten. Die Messung fand unter EKG-Triggerung sowie Atemgating statt, wobei der stationäre Zustand der Sequenz während der Atmung, wie in [17] beschrieben, aufrecht erhalten wurde. Die Bildgebungsparameter wurden folgendermaßen gewählt: FOV 25,6 mm  $\times$  25,6 mm, Matrixgröße 256  $\times$  256, TE 1,7 ms, TR 4,6 ms, Flipwinkel 15°, Anzahl der Mittelungen: 2. Voll abgetastete Datensätze wurden für die Mäuse mit chronischem Myokardinfarkt sowie die scheinoperierten Mäuse bestimmt. Diese Daten dienen einer Studie mit retrospektiver Unterabtastung. Für die Kontrollgruppe wurde je eine zwei- bzw. dreifach beschleunigte Messung im Kurz- und Langachsenschnitt durchgeführt. Diese werden im Folgenden als prospektiv unterabgetastete Messungen bezeichnet.

Es wurde eine Rekonstruktionstechnik zur Beschleunigung der funktionellen Herzbildgebung auf Basis der CS-Technik entwickelt. Wie bereits in Kap. 2.2.1 erläutert, ist zur Anwendung der Beschleunigung mittels CS die Kenntnis einer Transformationsbasis notwendig, in welcher das zu rekonstruierende Bild eine sparse Repräsentation besitzt.

Die hier betrachteten Bilderserien der Herzfunktion sind nicht, wie etwa angiographische Aufnahmen, bereits im Bildraum sparse ( $\Psi = \mathbb{1}$ ). Allerdings zeichnet sich die Bilderserie durch eine hohe Redundanz in der zeitlichen Dimension aus. Während sich in verschiedenen Herzphasen lediglich die Form des Herzens und damit ein sehr geringer Teil des gesamten Bildes verändert, bleiben umliegende Organe statisch. Diese Tatsache kann, wie in Abb. 4.1 illustriert, zur Definition einer sparsen Transformationsbasis verwendet werden. Die Einzelbilder  $\{\rho_j\}$  einer dynamischen Bilderserie werden dabei zu einem zeitlichen Mittelbild aufsummiert und durch die Anzahl der Einzelbilder  $N$  geteilt:

$$A = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \rho_j \quad (4.1)$$

Jedes der  $N$  Einzelbilder kann nun durch Subtraktion von  $A$  in die sparse Darstellung  $\Psi$  überführt werden:

$$\Psi \rho_j = \rho_j - A \quad (4.2)$$

Die CS-Rekonstruktion wurde mittels des in Kap. 2.2.6 beschriebenen IOS-Algorithmus durchgeführt, welcher im Fall der funktionellen Herzbildgebung das entsprechend spezialisierte Problem aus Gl. 2.39 löst:

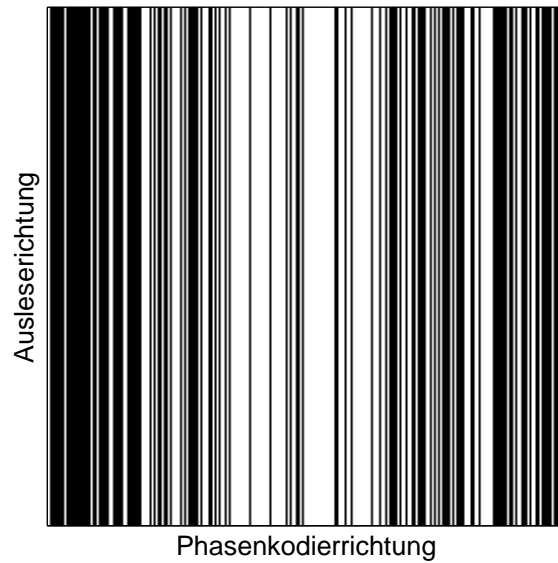
$$\min_{\rho_j} \|\Psi \rho_j\|_{l_1} \quad \text{unter} \quad \|P \rho_j - K_{u,j}\|_{l_2} \leq \epsilon \quad (4.3)$$

Die Unterabtastung beschränkte sich auf die Phasenkodierrichtung (siehe Abb. 4.2). Die Phasenkodierschritte wurden nach normalverteilten Pseudo-Zufallszahlen mit maximaler Wahrscheinlichkeitsdichte im k-Raum-Zentrum ausgewählt. Für jede Herzphase wurde ein individuelles Muster bestimmt. Um die Ergebnisse aus Kap. 3.4.1 zu berücksichtigen, wurden stets k-Raum-Zeilen bis zur nominell höchsten k-Raum-Frequenz  $k_{max}$  ausgewählt (siehe Abb. 4.3). In der Validierungsphase mit retrospektiver Unterabtastung wurden Beschleunigungsfaktoren von  $R=2$ ,  $R=2,5$ ,  $R=3$  und  $R=4$  realisiert.

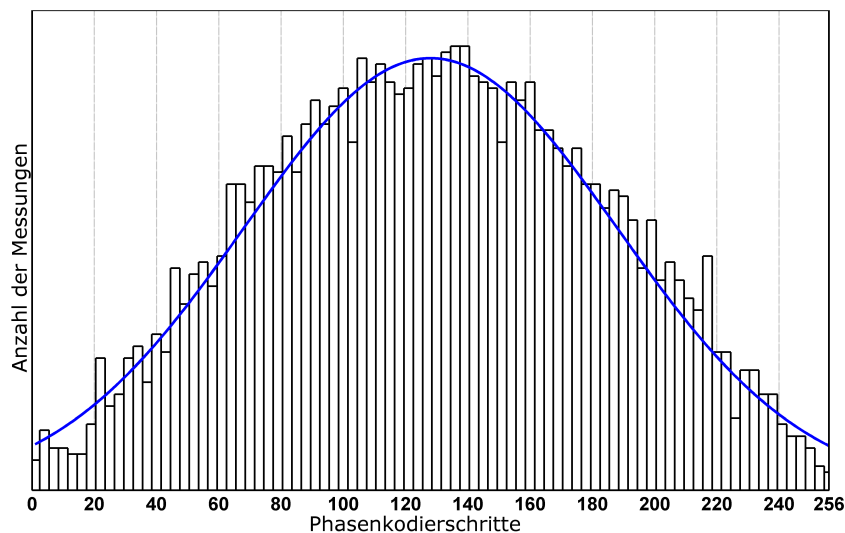
Vor der Implementierung der beschleunigten Messung am Tomographen wurden die Abtastmuster weiter optimiert. Die bereits in Kap. 2.2.5 zitierte Transformations-Punktspreizfunktion<sup>1</sup> ( $\mathcal{T}$ PSF, [68]) der Unterabtastung wurde verwendet, um die Unterabtast-Artefakte möglichst inkohärent auf die komplette Bildmatrix zu verteilen. Die Betrachtung beschränkte sich auf die beschleunigte Phasenkodierrichtung.

Für eine Reihe typischer Herzraten (20-30 Herzphasen / Herzschlag) wurde in einer Simulation ein Satz von Abtastmustern bestimmt. Es wurde je eine Unterabtastung mit einem Faktor von  $R=2$  und  $R=3$  berücksichtigt. Für jeden Unterabtastfaktor und jede Herzphase wurden 200 verschiedene Muster durch ein jeweiliges Ziehen von neuen Pseudo-Zufallszahlen erstellt. Als Randbedingung wurde festgelegt, dass in der Akquisition k-Raum-Zeilen bis zum nominellen  $k_{max}$  berücksichtigt werden (siehe Kap. 3.4.1), sowie, dass über sämtliche Herzphasen hinweg jeder Phasenkodierschritt mindestens einmal gemessen werden muss. Die  $\mathcal{T}$ PSF sowie das maximale Sidelobe-zu-Peak-Verhältnis (mSPV, siehe Kap. 2.2.5) wurde für jedes der Abtastmuster ermittelt und es wurde das

<sup>1</sup>nicht zu verwechseln mit den (zeitlichen) lokalen PSFs



**Abbildung 4.2:** Eindimensional beschleunigte 2D-Akquisition ( $R=2$ ). Helle Linien entsprechen einem abgetasteten Phasenkodierschritt, schwarze Stellen werden nicht berücksichtigt und fehlen zur Einhaltung des Nyquist-Kriteriums. Die Auswahl erfolgte nach normalverteilten Pseudo-Zufallszahlen mit einer maximalen Wahrscheinlichkeitsdichte im k-Raum-Zentrum. Periphere Zeilen wurden zur Vermeidung von Blurring-Artefakten ebenfalls berücksichtigt (Abb. aus [111]).

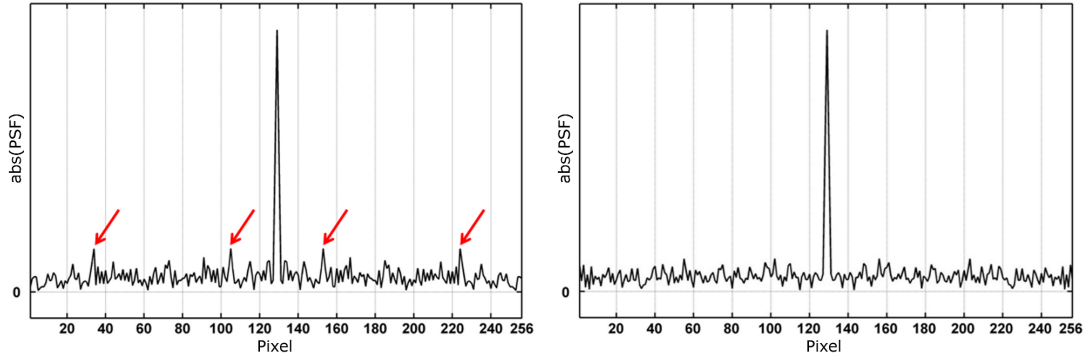


**Abbildung 4.3:** Histogramm der berücksichtigten Phasenkodierschritte über alle Herzphasen hinweg. Die resultierende Dichteverteilung beschreibt in etwa eine Gaußglocke (Abb. aus [111]).

Muster mit dem kleinsten mSPV aller erzeugten Muster für die Messungen ausgewählt.



Abbildung 4.4 zeigt beispielhaft eine  $\mathcal{TPSF}$  mit noch verbleibenden kohärenten Artefakten sowie die  $\mathcal{TPSF}$  eines optimierten Musters.



(a)  $\mathcal{TPSF}$  mit suboptimaler Artefaktverteilung (b)  $\mathcal{TPSF}$  mit optimierter Artefaktverteilung

**Abbildung 4.4:** Betrachtung der  $\mathcal{TPSF}$  zur Optimierung der Abtastmuster. Die Abbildung zeigt beispielhaft die  $\mathcal{TPSF}$  zweier unterschiedlicher Muster mit je einer Beschleunigung von  $R=2$ . 128 Phasenkodierschritte wurden aus den für eine vollständige Akquisition notwendigen 256 Phasenkodierschritten jeweils nach Pseudo-Zufallszahlen ausgewählt. Im Vergleich zum Muster in (b) sind die Artefakte in Muster (a) deutlich kohärenter (siehe rote Pfeile;  $mSPV_{(a)} = 0,17$ ;  $mSPV_{(b)} = 0,13$ ). Ein Abtastschema mit einer  $\mathcal{TPSF}$  wie in (b) eignet sich daher besser für eine Verwendung für CS.

### 4.2.3 Analyse

Die Auswertung der Messdaten erfolgte offline. Zunächst wurden die unterabgetasteten Daten einer CS-Rekonstruktion in MATLAB (The Mathworks, Inc., Natick, MA, USA) unterzogen. Nach zweifacher Fourierinterpolation und Filterung (Butterworth-Filter, 3. Ordnung) wurden die Bilderserien mit Hilfe der Software Amira 4.1 (Visage Imaging, USA) von der *BMRU* segmentiert. Analog zu [90] wurden LVM, EDV, ESV, SV und EF bestimmt.

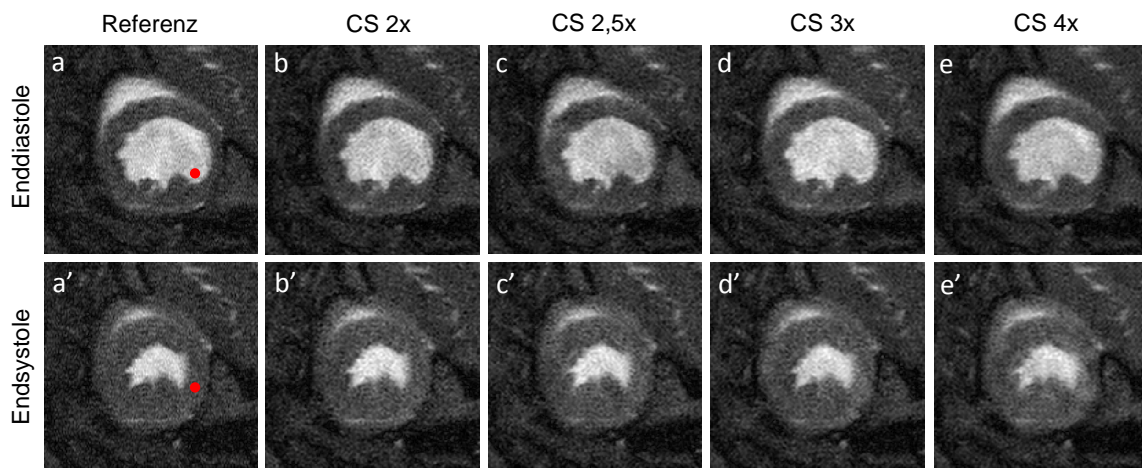
Die Ergebnisse der Validierungsstudie mit retrospektiver Unterabtastung wurden zunächst optisch bezüglich der Bildqualität begutachtet. Außerdem wurde für ein Pixel der Bildmatrix mit hoher zeitlicher Dynamik der zeitliche Verlauf für sämtliche Beschleunigungsfaktoren in einem gemeinsamen Graphen dargestellt und verglichen.

Die mittels der Segmentierung bestimmten funktionellen Parameter wurden einer statistischen Analyse in SPSS (IBM, USA) unterzogen. Dazu wurde eine Analyse der Varianzen mit anschließendem Post-Hoc-Test (Bonferroni) für jeden der Parameter durchgeführt. Ein p-Wert kleiner als 0,05 wurde als statistisch signifikant betrachtet. Außerdem wurden die Daten mit Hilfe einer Bland-Altman-Analyse graphisch verglichen.

Für die in der Kontrollgruppe erprobten beschleunigten Messungen am Tomographen

wurde die Inter- und Intraobserver-Variabilität für vollständig abgetastete sowie dreifach unterabgetastete Datensätze berechnet und mit Hilfe des Levene-Tests verglichen. Abschließend wurde eine Studie zur Auflösung beispielhaft für eine endsystolische Herzphase durchgeführt. Dabei wurden analog zu Kap. 3.3.3 Störungen in der sparsen Darstellung, dem zeitlichen Differenzbild, rekonstruiert. Es wurden Auflösungskarten für die Beschleunigungsfaktoren  $R=2$ , 3 und 4 mit einer Störung von 1 % des Signalwerts im Pixel bestimmt. Zur Kontrolle der Linearität wurde wie in Kap. 3 vorgeschlagen eine Simulation mit doppelter Störung durchgeführt. Für die Auflösungsstudie wurde der Datensatz einer scheineroperierten Maus herangezogen.

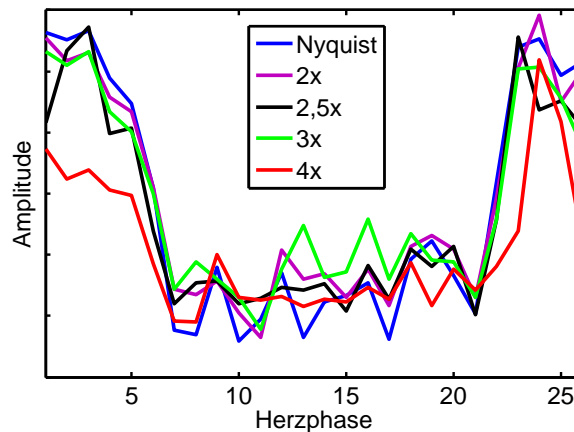
### 4.3 Ergebnisse



**Abbildung 4.5:** Vergleich der retrospektiv unterabgetasteten Cine-Messungen mit anschließender CS-Rekonstruktion beispielhaft an einer scheineroperierten Maus. Die Referenz zeigt die Rekonstruktion des vollständig abgetasteten Datensatzes. Der rote Punkt markiert dort das Pixel, dessen zeitlicher Verlauf in Abb. 4.6 dargestellt ist.

Abbildung 4.5 zeigt Kurzschnittschnitte der Studie mit retrospektiv unterabgetasteten Cine-Akquisitionen jeweils in Enddiastole und -systole für alle verwendeten Beschleunigungsfaktoren. Es wurde beispielhaft eine scheineroperierte Maus zur Demonstration der Bildqualität herangezogen. Der rein optische Eindruck entspricht dem der anderen Mäuse und Herzphasen.

Die epi- und endokardiale Grenze ist in der enddiastolischen Herzphase für sämtliche Beschleunigungen scharf abgrenzbar. In der Endsystole ist allenfalls eine leichte Aufweichung der epikardialen Grenze (anterior bzw. anterior-lateral) für  $R=3$  und etwas deutlicher für  $R=4$  zu erkennen. Die Bildqualität ist bezüglich der vollständig abgetasteten Referenz ansonsten nur minimal herabgesetzt. Lediglich für die vierfache Beschleunigung



**Abbildung 4.6:** Zeitliche Verläufe im rot markierten Pixel aus Abb. 4.5. Bis zu einem Beschleunigungsfaktor von drei bewegt sich der Unterschied unterhalb des Bildrauschens. Der An- und Abstieg (in etwa bei Herzphase 6 bzw. 22), der den Wechsel von Blut in das Myokardgewebe repräsentiert, ist für diese beschleunigten Aufnahmen scharf dargestellt. Bei  $R=4$  zeigt sich jedoch eine deutliche Glättung der Kurve mit verzögerter Registrierung der Bewegung.

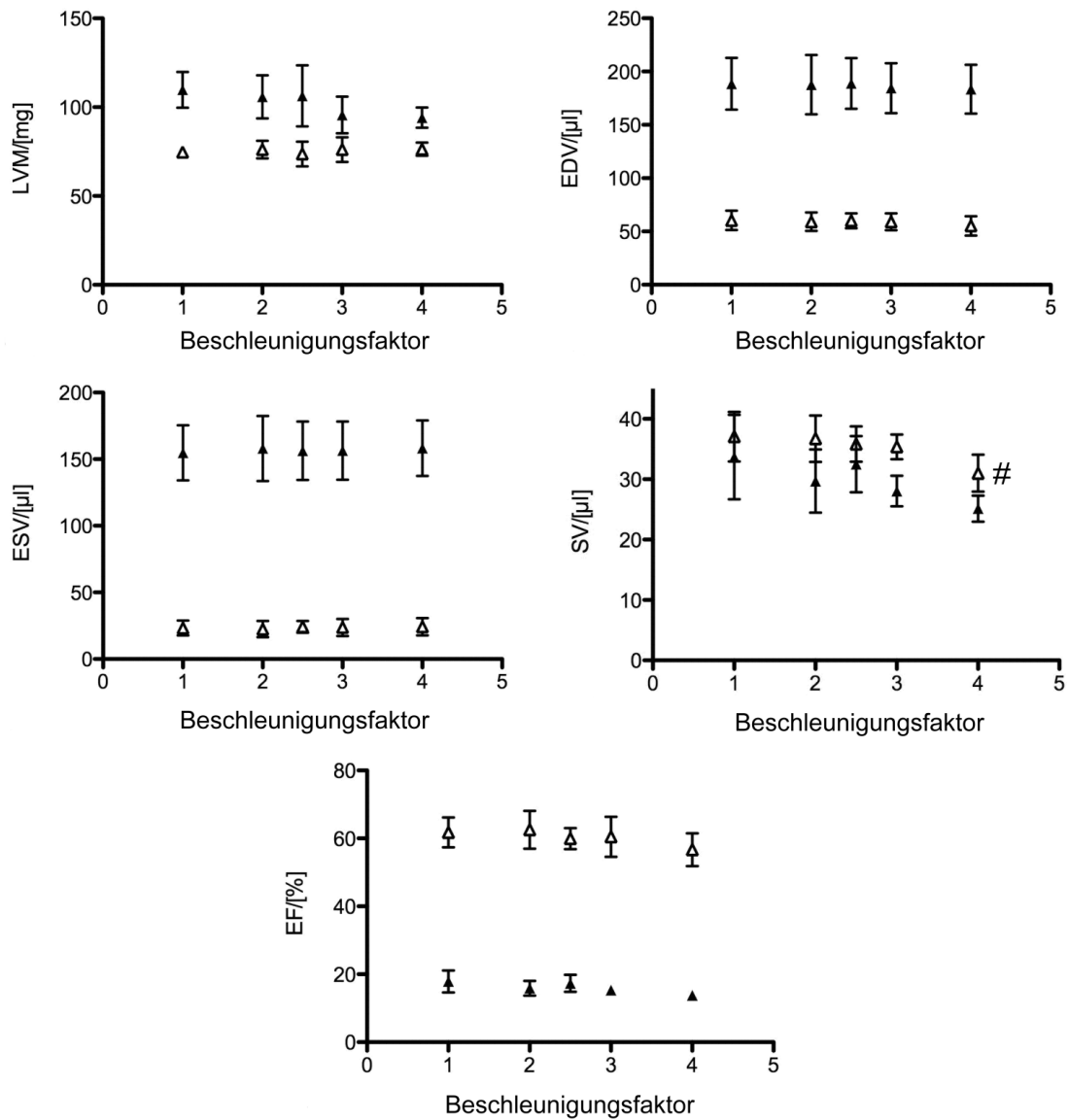
sind verbleibende Unterabtastungs-Artefakte in Phasenkodierrichtung, jedoch außerhalb des Herzens, zu erkennen. Diese haben keinen Einfluss auf die Bestimmung der funktionellen Herzparameter.

Abbildung 4.6 zeigt ergänzend einen Vergleich der zeitlichen Verläufe für ein Pixel im anterior-lateralen Bereich, das in diastolischen Herzphasen Blut und in systolischen Herzphasen Myokardgewebe darstellt. Lediglich ab  $R=4$  zeigt sich ein Unterschied oberhalb des Rauschpegels, der auf eine mangelhafte Darstellung der Dynamik hinweist. In den übrigen Rekonstruktionen ist der Wechsel scharf repräsentiert.

Die funktionellen Herzparameter stimmten innerhalb der Gruppen unterschiedlich starker Unterabtastung gut überein. Abbildung 4.7 zeigt eine Übersicht der gemittelten Werte getrennt für scheinoperierte Mäuse und Mäuse mit chronischem Myokardinfarkt. Sowohl in der linksventrikulären Masse als auch im Schlagvolumen ist für höhere Beschleunigungen ein Trend hin zu kleineren Werten erkennbar.

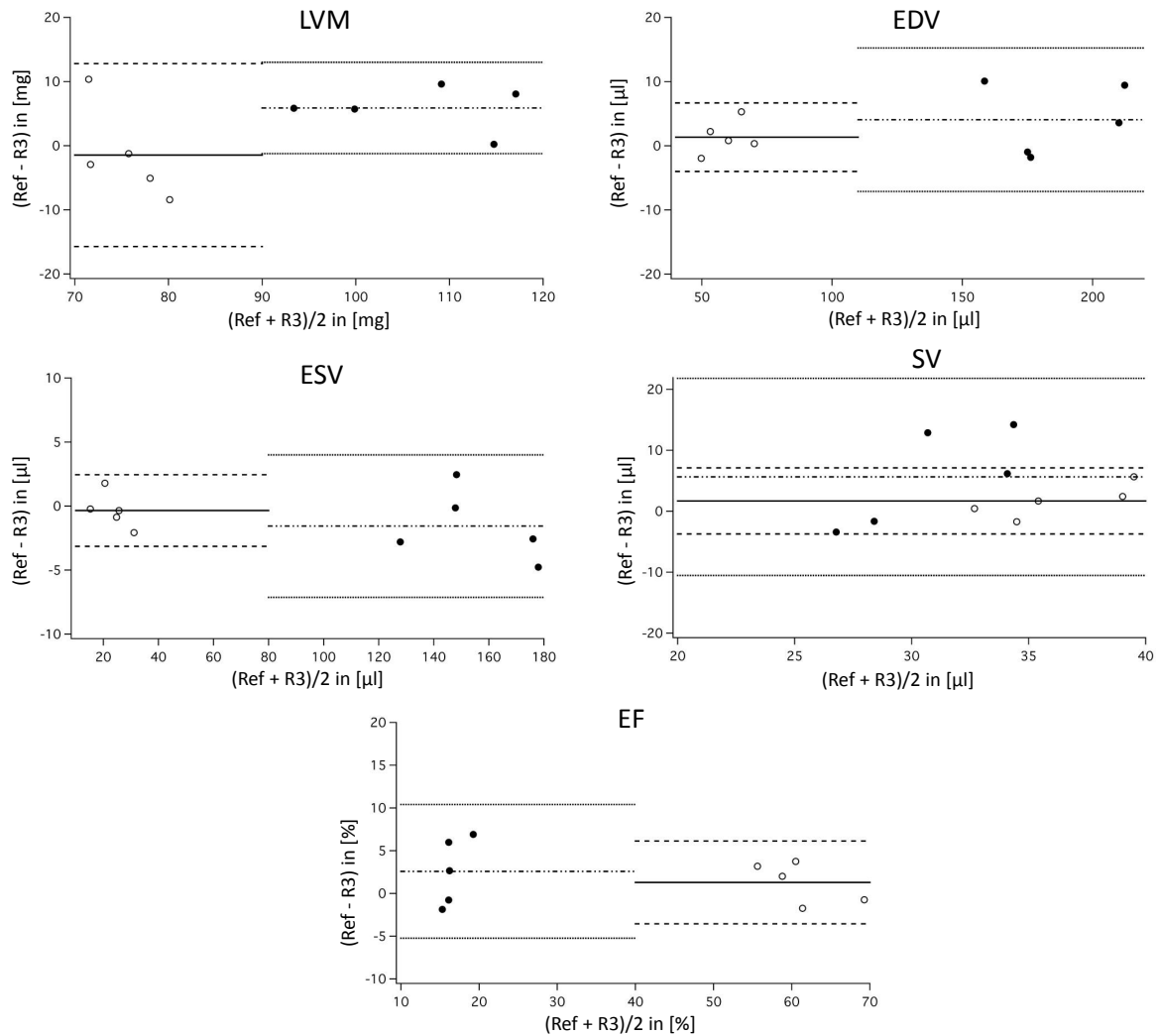
Die statistische Auswertung ergab signifikant unterschiedliche Varianzen innerhalb der Gruppen für das enddiastolische Volumen und das Schlagvolumen für die scheinoperierten Mäuse sowie für die Ejektionsfraktion und das Schlagvolumen bei den Mäusen mit chronischem Myokardinfarkt. Die Post-Hoc-Analyse unter Beachtung der Bonferroni-Korrektur zeigte jedoch einzig für das Schlagvolumen der scheinoperierten Tiere eine signifikante Abweichung. Im Speziellen wurde ein Unterschied in den Varianzen zwischen 4-facher und 2,5-facher, 4-facher und 2-facher Unterabtastung sowie zwischen 4-fach beschleunigten und vollabgetasteten Daten detektiert.

Abbildung 4.8 zeigt eine Bland-Altman-Analyse der dreifach beschleunigten Rekonstruktionen im Vergleich mit den vollabgetasteten Datensätzen. Es sind kleine Abweichungen für beide Gruppen zu erkennen. Die exakten Werte sind in Tab. 4.1 zusammengefasst.



**Abbildung 4.7:** Funktionelle Herzparameter in Abhängigkeit der Unterabtastung. Scheinoperierte Mäuse sind mit offenen Symbolen, Mäuse mit chronischem Myokardinfarkt mit geschlossenen Symbolen dargestellt. Es ist jeweils der Mittelwert für fünf verschiedene Mäuse sowie die entsprechende Standardabweichung als Fehlerbalken eingezeichnet. # kennzeichnet den von den anderen Gruppen signifikant abweichenden Wert. Die größere Standardabweichung in den Mäusen mit Myokardinfarkt ist auf eine größere Inhomogenität in dieser Gruppe zurückzuführen (Abb. aus [111]).

Bei den Mäusen mit chronischem Myokardinfarkt zeichnen sich etwas zu kleine Werte für die LVM sowie für das SV ab.

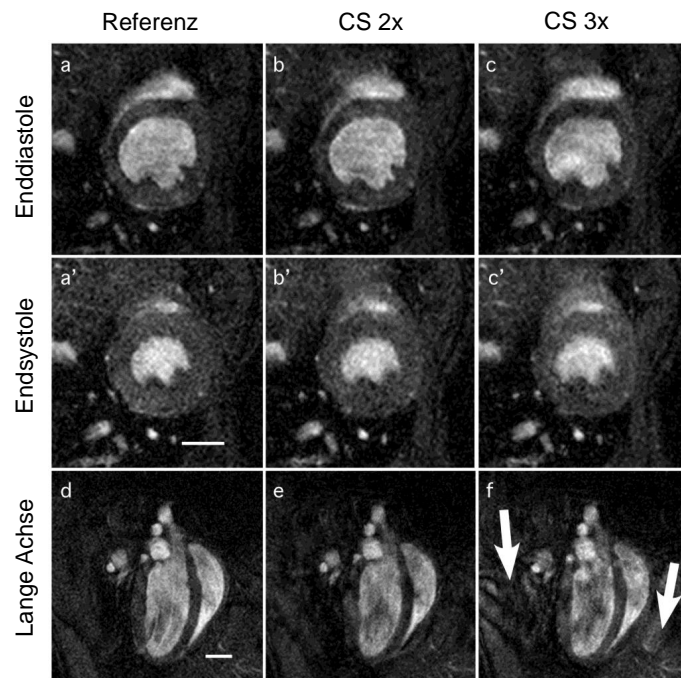


**Abbildung 4.8:** Bland-Altman-Analyse der Rekonstruktion des dreifach beschleunigten Datensatzes mit der Nyquist-Akquisition. Scheinoperierte Mäuse sind mit offenen Symbolen, Mäuse mit chronischen Myokardinfarkt mit geschlossenen Symbolen dargestellt. Die durchgezogenen Linien repräsentieren die Abweichungen für die scheinoperierten Mäuse, die gestrichelten zeigen die entsprechenden zweifachen Standardabweichungen. Gestrichelt-gepunktete Linien kennzeichnen die Abweichungen für Mäuse mit chronischem Myokardinfarkt, gepunktete die dazugehörigen zweifachen Standardabweichungen (Abb. aus [111]).

In Abb. 4.9 sind die Ergebnisse der prospektiv unterabgetasteten und anschließend CS-rekonstruierten Herzaufnahmen zu sehen. Es ist neben der enddiastolischen und endsystolischen Herzphase im Kurzachsenschnitt zusätzlich ein Vierkammerblick dargestellt. Die Bildqualität ist, wie in der Studie der Rekonstruktionen retrospektiv unterabgetasteter Datensätze, kaum reduziert. Erneut ist eine minimal aufgeweichte Darstellung der

Parameter	Scheinoperiert	Myokardinfarkt
LVM [mg]	$-1,5 \pm 7,1$	$5,9 \pm 3,6$
EDV [ $\mu$ l]	$1,3 \pm 2,7$	$4,1 \pm 5,6$
ESV [ $\mu$ l]	$-0,3 \pm 1,4$	$-1,6 \pm 2,8$
SV [ $\mu$ l]	$1,7 \pm 2,7$	$5,6 \pm 8,1$
EF [%]	$1,3 \pm 2,4$	$2,6 \pm 3,9$

**Tabelle 4.1:** Abweichungen der linksventrikulären funktionellen Herzparameter zwischen dreifacher Unterabtastung und vollständiger Akquisition. Es ist jeweils der Mittelwert  $\pm$  Standardabweichung angegeben. Die Werte sind in Abb. 4.8 als Orientierungslinien dargestellt (doppelte Standardabweichung).



**Abbildung 4.9:** Prospektiv unterabgetastete Cine. Es sind beispielhaft ein Bild der Enddiastole, der Endsystole sowie eine lange Herzachse dargestellt. Neben der vollständig abgetasteten Referenz sind Beschleunigungen mit den Faktoren  $R=2$  und  $R=3$  gezeigt. Weiße Pfeile weisen auf die verbleibenden, durch die CS-Rekonstruktion nicht behobenen Artefakte hin. Die weißen Balken zeigen eine Länge von 2mm (Abb. aus [111]).

epikardialen Grenze im Falle einer dreifachen Unterabtastung zu erkennen. Die Aufnahmen zeigen außerdem einen leicht erhöhten Artefaktpegel im Bereich der Leber und der Skelettmuskulatur, der jedoch irrelevant für die Bestimmung der funktionellen Parameter ist.

Parameter	Nyquist	CS 2x	CS 3x
LVM [mg]	$71,5 \pm 4,5$	$71,8 \pm 5,9$	$70,1 \pm 2,6$
EDV [ $\mu$ l]	$54,2 \pm 3,7$	$53,2 \pm 3,4$	$52,1 \pm 2,1$
ESV [ $\mu$ l]	$22,8 \pm 3,7$	$22,7 \pm 3,8$	$22,8 \pm 3,5$
SV [ $\mu$ l]	$31,4 \pm 1,8$	$30,5 \pm 3,3$	$29,3 \pm 2,4$
EF [%]	$58,2 \pm 4,7$	$57,4 \pm 6,1$	$56,4 \pm 5,6$

**Tabelle 4.2:** Linksventrikuläre Funktionsparameter der Kontrollgruppe bei prospektiver Unterabtastung.

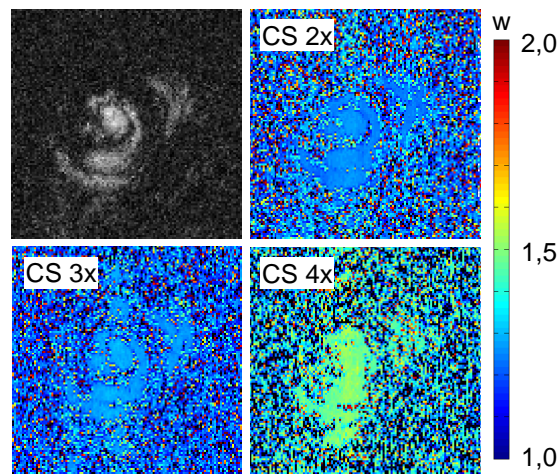
	Nyquist		CS 3x	
	Intraobs. in %	Interobs. in %	Intraobs. in %	Interobs. in %
LVM	$2,6 \pm 2,1$	$-2 \pm 10$	$2,5 \pm 2,1$	$1,2 \pm 5,4$
EDV	$1,4 \pm 1,4$	$2,9 \pm 4,3$	$1,0 \pm 0,8$	$4,2 \pm 5,7$
ESV	$1,5 \pm 1,4$	$8 \pm 12$	$2,5 \pm 1,5$	$1 \pm 15$
SV	$3,1 \pm 1,7$	$-0,3 \pm 7,6$	$1,3 \pm 0,9$	$7,9 \pm 6,3$
EF	$1,7 \pm 1,1$	$-3,3 \pm 7,5$	$1,3 \pm 1,0$	$3,7 \pm 9,2$
$\Sigma$	$2,0 \pm 1,6$	$1,0 \pm 9,0$	$1,7 \pm 1,4$	$3,6 \pm 8,7$

**Tabelle 4.3:** Inter- und Intraobservervariabilitäten für die Kontrollgruppe.

Tabelle 4.2 zeigt eine Auflistung der funktionellen Parameter für die Nyquist-Akquisition sowie für die zwei- und dreifach beschleunigte Aufnahme mit anschließender CS-Rekonstruktion. Es wurden keine physiologisch relevanten Unterschiede zwischen den Gruppen detektiert. Einzig für das EDV resultierte eine statistisch signifikante Abweichung, die jedoch mit  $2,1 \mu$ l sehr gering ausfiel und im Bereich physiologischer Variabilität liegt. Die Studie mit prospektiver Unterabtastung ergab vergleichbare Inter- und Intraobservervariabilitäten (siehe Tab. 4.3) und der durchgeführte Levene-Test wies gleiche Varianzen auf.

Abbildung 4.10 zeigt schließlich die Ergebnisse der Auflösungsstudie. Es wurde lediglich der relevante Bereich des Herzens untersucht. Für die Beschleunigungsfaktoren  $R=2$  und  $R=3$  zeigte sich in Bereichen der Objektinformation eine geringe Verbreiterung des Hauptmaximums der LPSFs von unter 30%. Stark erhöhte Werte für  $w$  waren nur vereinzelt in Pixeln, in denen nur Hintergrundrauschen kodiert ist, zu verzeichnen. Für  $R=4$  zeigte sich auch innerhalb der Objektinformation enthaltenden Fläche eine systematische Verbreiterung von teilweise über 50%. Die schwarz kodierten Pixel zeigen Stellen, an denen die Störung durch den CS-Algorithmus unterdrückt wurde und somit kein Hauptmaximum an der gesetzten Stelle resultierte. Die Simulation mit doppelter Störung bestätigte die Linearität der durchgeführten Näherung.

Die Gesamtakquisitionszeit konnte durch die dreifach beschleunigte Messung von  $16,0 \pm 0,7$  Minuten auf  $6,0 \pm 0,2$  Minuten reduziert werden.



**Abbildung 4.10:** Auflösungsstudie beispielhaft an einer endsystolischen Herzphase. Links oben ist das Differenzbild, welches die sparse Darstellung der Herzphase repräsentiert, zu sehen. Daraufgehend sind entsprechende Auflösungskarten für die untersuchten Beschleunigungsfaktoren dargestellt. Bei  $R=2$  und  $R=3$  ergab sich im Herzen eine maximale Verbreiterung von ca. 30%. Für  $R=4$  wurde ein Blurring von 50% gemessen.

## 4.4 Diskussion

Es wurde untersucht, inwieweit eine Unterabtastung der Phasenkodierrichtung mit anschließender CS-Rekonstruktion in der funktionelle MR-Herzbildgebung an Kleintieren bei 9,4T eingesetzt werden kann. Dazu wurde vor der Implementierung der Unterabtastung am Tomographen eine Studie mit Hilfe retrospektiv unterabgetasteter, vollständig akquirierter Datensätze durchgeführt. Dies ermöglichte eine objektive Validierung funktioneller Parameter ohne der bei Mehrfachmessungen zusätzlich auftretenden Varianzen. Sowohl Mäuse mit myokardialen Infarkt als auch scheinoperierte Mäuse wurden in dieser Phase der Studie untersucht.

Es konnte durch eine umfassende Analyse gezeigt werden, dass Beschleunigungsfaktoren bis  $R=3$  angewendet werden können, ohne die Quantifizierbarkeit der funktionellen Herzparameter zu beeinflussen. Während EDV, ESV und EF in Fig. 4.7 auch bis zu  $R=4$  weitestgehend konstant blieben, zeigten die LVM sowie das SV leicht verringerte Werte für die höchste betrachtete Beschleunigung. Der zusätzlich an einem Pixel beispielhaft untersuchte zeitliche Verlauf (Abb. 4.6) bekräftigte dieses Ergebnis.

Die Bland-Altman-Analyse für  $R=3$  (siehe Abb. 4.8 sowie Tab. 4.1) wies lediglich geringe Abweichungen in Bezug auf die vollständig abgetasteten Datensätze auf. Auffällig ist die Verschiebung der LVM für Mäuse mit Myokardinfarkt bei einer vergleichsweise kleinen Standardabweichung. Diese erscheint systematisch, ist jedoch aufgrund der geringen Schwankungen mit einem Korrekturfaktor behebbar. Zudem deuten die relativ hohen Schwankungen im SV auf einen Verlust an statistischer Teststärke hin.



Der statistische Test manifestierte einen signifikanten Unterschied im SV zwischen der Gruppe mit  $R=4$  und niedriger beschleunigten Datensätzen. Das obere Limit für die folgenden Untersuchungen wurde deshalb auf  $R=3$  festgelegt.

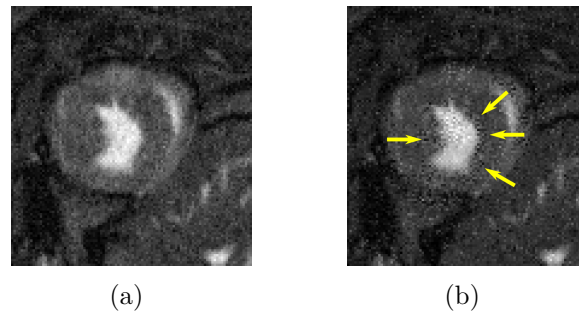
Ähnlich wie bei den retrospektiv unterabgetasteten Datensätzen war auch bei den prospektiv unterabgetastet gemessenen Serien ein Trend hin zu leicht verringerten Funktionswerten erkennbar (siehe Tab. 4.2). Dieser Effekt ist auf eine verringerte Qualität der endsystolischen Darstellung des Endokards bei  $R=3$  zurückzuführen. Das CS-Modell verwendet zeitliche Differenzbilder als sparse Domäne, die den höchsten Informationsgehalt in den systolischen Herzphasen besitzen. Falls die CS-Rekonstruktion nicht exakt verläuft, schlägt sich das zunächst im systolischen Teil der Bilderserie nieder. Der Fehler in der rekonstruierten Dynamik setzt sich in diesem Fall in den Werten der linksventrikulären Funktionsparameter fort. Die einzige statistisch signifikante Abweichung von  $2,1 \mu\text{l}$  im EDV ist allerdings sehr klein und innerhalb der Genauigkeitsgrenzen der Segmentierungsmethode. Sie stellt damit keine Abweichung von physiologischer Relevanz dar. Zudem wurden keine signifikanten Unterschiede in den Intra- und Interobservervariabilitäten detektiert.

Die Auflösungskarten bestätigten die gute Bildqualität der auf beschleunigten Messungen basierenden CS-Rekonstruktionen. Sowohl für die zwei- als auch dreifache Beschleunigung ergaben sich lediglich geringfügige Verbreiterungen der LPSF und somit kein induziertes Blurring. Die aufgrund der systematischen Abweichung in den funktionellen Parametern bereits verworfene Beschleunigung von  $R=4$  erwies sich auch in der Auflösungsanalyse als nachteilig. Es kam hier zu einer verstärkten räumlichen Glättung im rekonstruierten Differenzbild.

Das bei der Kleintier-MR-Bildgebung im Vergleich zu klinischen MR-Untersuchungen deutlich herabgesetzte SNR stellt auch bei der CS-Rekonstruktion eine besondere Herausforderung dar. Der Algorithmus strebt in der Praxis die Komprimierung der in sämtlichen Pixeln enthaltenen „Energie“ auf wenige Bildpixel an. Im stark verrauschten Fall der Kleintieraufnahmen kann eine zu starke Gewichtung des  $l_1$ -Terms in Gl. 2.39 zu einer Konglomeration der Amplituden des Rauschens einer Bildregion in ein gemeinsames Pixel hoher Amplitude führen (siehe Abb. 4.11). Dieses Verhalten muss bei der Wahl der Rekonstruktionsparameter verstärkt berücksichtigt werden.

Das Limit der Beschleunigung kann möglicherweise noch weiter nach oben verschoben werden. Die Unterabtastung wurde in diesem Kapitel auf die Phasenkodierrichtung beschränkt, während unterabgetastete radiale oder auch spirale 2D-Muster eine inkohärente Verteilung der Artefakte auf beide Dimensionen und damit eine höhere Beschleunigung erlauben würden. Bezüglich der Abtastung ist auch eine Erweiterung auf 3D-Techniken denkbar. Die Anregung des Gesamtvolumens führt zu einer Erhöhung des SNRs und eröffnet gleichzeitig einen nochmals vergrößerten Spielraum für die Unterabtastung (siehe z.B. Kap. 6).

Darüber hinaus könnte eine stärkere Beschleunigung durch weitere Sparsitätstransformationen erfolgen. Dabei ist allerdings der in Kap. 3 aufgezeigte Einfluss auf die Rekonstruktionseigenschaften stets in Betracht zu ziehen. Eine stärkere Modellierung der Aufnahme kann unter Umständen zu einer Beeinträchtigung der Realitätstreue z.B. in Form von Glättungen zeitlicher oder räumlicher Art führen. Eine Verwendung zusätzlicher Sparsifizierungen muss daher sorgfältig auf eine potentielle Verfälschung funktioneller Parameter



**Abbildung 4.11:** Problem der Konglomeration des Rauschens: Während bei (a) die Gewichtung zwischen Datenkonsistenz und Sparsität adäquat eingestellt wurde, ist in (b) ein Rekonstruktionsergebnis zu sehen, das unter zu starker Gewichtung der  $l_1$ -Norm erhalten wurde. Das Rauschen wird in einzelne Pixel komprimiert (gelbe Pfeile), wodurch das Bild mit einer gewissen Körnigkeit versehen wird.

hin untersucht werden.

Bei einer Verfügbarkeit von Mehrkanalsystemen und Mehrkanalspulen kann zur Steigerung der Messzeitersparnis auch eine Kombination aus CS-Beschleunigung und der PI verwendet werden. Deren Umsetzung ist Thema des nächsten Kapitels.

## 4.5 Zusammenfassung

Es wurde eine Methode zur Beschleunigung der funktionellen MR-Herzbildgebung am Kleintier entwickelt. Die Technik basiert auf der CS-Theorie und kann daher ohne zusätzliche Hardware an üblichen Kleintiertomographen angewendet werden. Eine Studie wurde durchgeführt, welche die Möglichkeit einer dreifachen Unterabtastung ohne Verfälschung der funktionellen Herzparameter aufzeigte. Die Messzeit konnte so um einen Faktor von mehr als 2,5 reduziert werden, ohne dass dabei Kompromisse bezüglich räumlicher und zeitlicher Auflösung in Relation zur Standard-Cine-Aufnahme eingegangen werden mussten.

# 5 Beschleunigung der präklinischen funktionellen MR-Herzbildgebung durch hybride Verwendung von Compressed Sensing und Paralleler Bildgebung

## 5.1 Einleitung

Nachdem sowohl die Parallele Bildgebung (PI) als auch Compressed Sensing (CS) zur signifikanten Beschleunigung von MRT-Aufnahmen verwendet worden waren, wurden gegen Ende des letzten Jahrzehnts erste Kombinationen der beiden Methoden vorgestellt. Fischer et al. [34] und Otazo et al. [78] berichteten von einer Integration der PI in die CS-Iteration, in [110] wurde eine sequentielle Kombination der beiden Methoden beschrieben. Klinische MRT-Systeme verfügen mittlerweile häufig über die für die PI notwendigen Mehrkanalspulen, während in der MR-Kleintierbildgebung PI-fähige Tomographen bis dato eher noch die Ausnahme darstellen. Kombinationen von CS und PI sind deshalb bisher ausschließlich in der klinischen MRT zu finden.

Ist die notwendige Hardware jedoch vorhanden, ist eine kombinierte Verwendung von CS und PI auch in der präklinischen Forschung vielversprechend. In Kap. 4 wurde von der Möglichkeit einer dreifachen Beschleunigung der funktionellen, präklinischen Herzbildgebung mittels CS berichtet, in [91, 92] wird eine entsprechende Beschleunigung mittels PI erreicht. Ziel der in diesem Kapitel durchgeführten Studie war es, diese Beschleunigung auf Basis einer hybriden Verwendung von CS und PI weiter zu erhöhen.

Die Entwicklung wurde erneut in Zusammenarbeit mit der *British Heart Foundation Experimental Magnetic Resonance Unit (BMRU)* der *University of Oxford* vollzogen. Diese verfügt über ein 9,4T MR-System (Varian, Palo Alto, CA, USA) mit mehreren Empfangskanälen sowie über eine Rattenspule mit vier Elementen und eine Mäusespule mit acht Elementen. Der entworfene Algorithmus wurde anhand retrospektiv unterabgetasteter Cine-Messungen getestet und optimiert.

Die signifikant unterschiedlichen Rekonstruktionseigenschaften von CS und PI erforderten eine differenzierte Analyse der Bildqualität. Während die Beschleunigung per PI im Wesentlichen durch einen ansteigenden g-Faktor limitiert ist, verspricht CS eine Unterdrückung des Rauschens [68]. Eine fehlerhafte CS-Rekonstruktion hingegen resultiert in

einem systematischen Fehler, der sich in verbleibenden inkohärenten Artefakten bzw. dem in Kap. 3 diskutierten Blurring zeigt. Beide Effekte wurden untersucht und gegenübergestellt.

Auch in diesem Fall wurden alle MR-Akquisitionen von der *BMRU* durchgeführt.

## 5.2 Methoden

### 5.2.1 Tiermodell

Für die Studie wurden C57BL/6 Mäuse verwendet. Die Tierhaltung und die MR-Aufnahmen erfolgten gemäß den Ausführungen in Kap. 4.2.1. Eine spezielle Fassung sorgte für eine möglichst nahe Positionierung der Brust an den unteren Spulenelementen. In diesem Kapitel wurden gesunde Mäuse verwendet.

Die durchgeführten Untersuchungen wurden vom Ethik-Ausschuss der Universität Oxford in Übereinstimmung mit der *Home Office Guidance on the Operation of the Animals (Scientific Procedures) Act, 1986 (HMSO)* genehmigt.

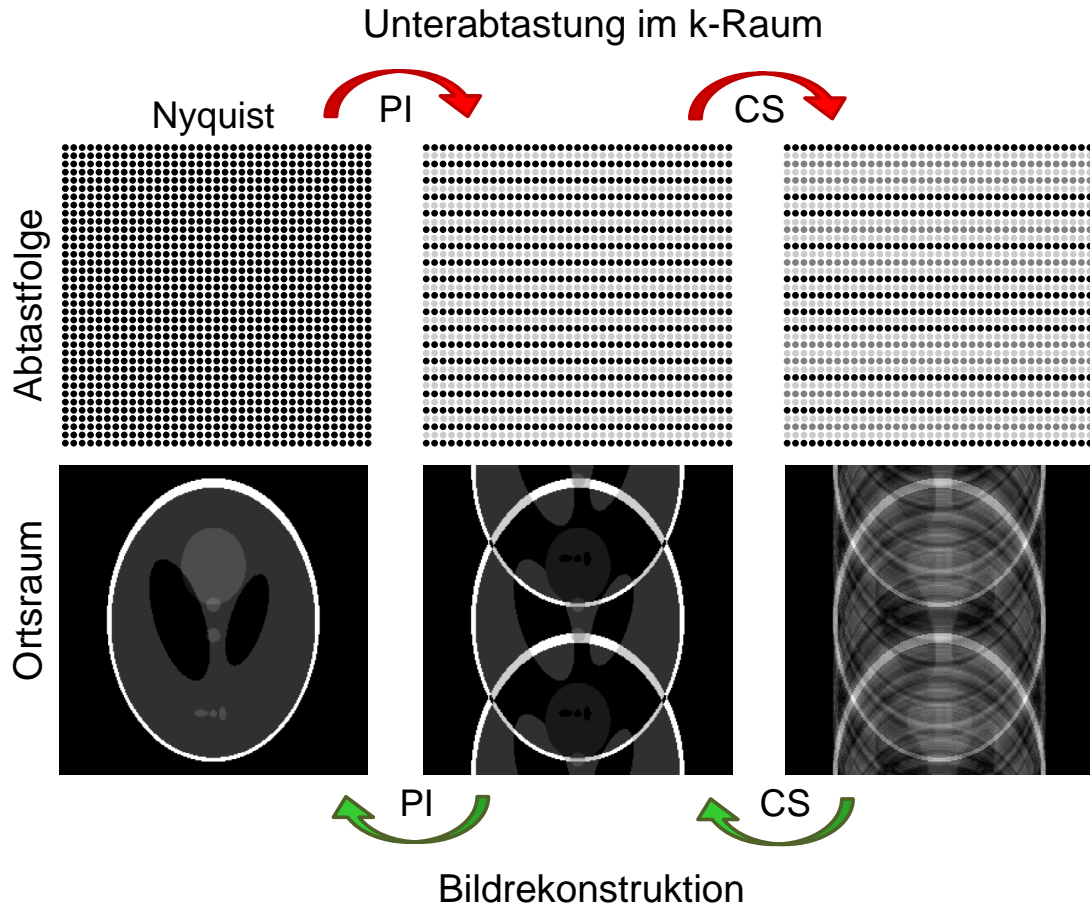
### 5.2.2 Datenakquisition und Rekonstruktion

Die Datenakquisition erfolgte am 9,4T MRT (Varian 9,4T, 400 MHz) mit einem 8-Kanal-Probenkopf (Rapid Biomedical, Rimpar, Deutschland, [62]). Ein vollständiger Cine-Datensatz wurde mit Hilfe einer Gradientenechosequenz (FLASH) im Kurzachsenschnitt unter EKG- und Atemgating akquiriert: TE 1,79 ms, TR 4,6 ms, Flipwinkel  $15^\circ$ , Matrixgröße  $256 \times 256$ . FOV  $25,6 \text{ mm} \times 25,6 \text{ mm}$ , Schichtdicke 1 mm, 28 Herzphasen pro Herzzyklus.

Dieses Kapitel beschreibt die Entwicklung einer Rekonstruktionstechnik, die eine Beschleunigung aus CS und PI kombiniert. Die beiden Methoden wurden dazu sequentiell, ähnlich zu [110], hintereinander geschaltet: Ein stark unterabgetasteter Datensatz wurde zunächst mittels CS auf einem Subgitter rekonstruiert. Davon ausgehend erfolgte mit Hilfe der PI die Rekonstruktion der noch fehlenden k-Raum-Zeilen.

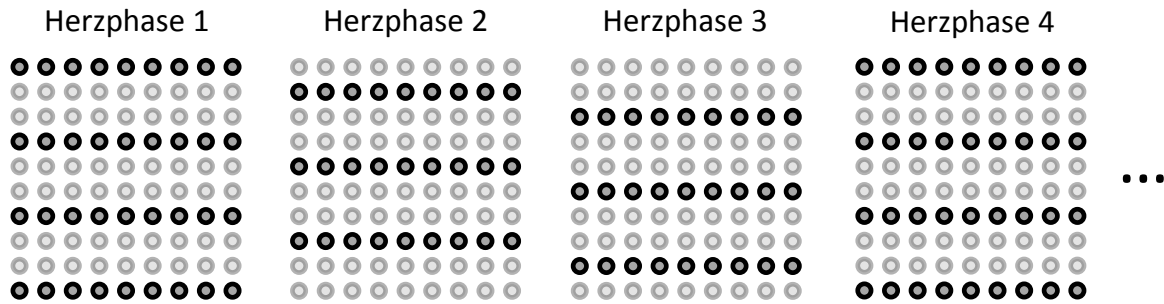
Die Unterabtastung erfolgte ausgehend von einer Nyquist-Abtastfolge zunächst äquidistant in Phasenkodierrichtung, wie standardmäßig in der PI vollzogen (siehe Abb. 5.1). Auf dem resultierenden Untergitter wurden zusätzlich Phasenkodierschritte entsprechend der Vorgehensweise in Kap. 4.2 nach Pseudo-Zufallszahlen ausgewählt, um die Anwendung der CS-Theorie zu ermöglichen. Auch hier wurde darauf geachtet, dass k-Raum-Zeilen bis zum nominellen  $k_{max}$  berücksichtigt wurden, um einem Auflösungsverlust aufgrund ungünstiger Abtastung entgegen zu wirken (siehe Kap. 3.4.1).

Der CS-Schritt wurde mit dem in Kap. 2.2.6 beschriebenen IST-Algorithmus realisiert. Die Cine-Daten wurden zur Sparsifizierung in Zeitrichtung fouriertransformiert (siehe 2.13). Die Bilder der acht Einzelspulen wurden separat rekonstruiert, wobei der Schwellwert  $\tau$  heuristisch im Bereich des Rauschpegels gewählt wurde.



**Abbildung 5.1:** Illustration der hybriden Beschleunigung mittels PI und CS. Zunächst werden entsprechend dem Standardvorgehen bei der PI Phasenkodierschritte in Bezug auf eine Nyquist-Abtastung äquidistant ausgelassen. Auf dem resultierenden Subgitter wird eine weitere Unterabtastung nach Pseudo-Zufallszahlen für eine Beschleunigung mit CS durchgeführt. Schwarze Punkte entsprechen einer Akquisition. Die untere Reihe zeigt die durch die Unterabtastung eingeführten Artefakte. Der CS-Algorithmus entfernt folglich zunächst die inkohärenten Artefakte (rechts) und erzeugt ein Bild, das noch die Einfaltungsartefakte durch äquidistantes Unterabtasten enthält (Mitte). Diese werden schließlich mittels GRAPPA entfernt.

Der PI-Schritt erfolgte mittels GRAPPA (siehe Kap. 2.3.2) und einem Kernel der Größe  $4 \times 5$ . Die Aufnahme dynamischer Prozesse erlaubt eine Bestimmung der GRAPPA-Wichtungsfaktoren durch eine zeitliche Mittelung der unterabgetasteten k-Räume [12]. Dazu wurde, wie in Abb. 5.2 illustriert, das äquidistant unterabgetastete Muster für den



**Abbildung 5.2:** Verschachteltes Abtasten bei TGRAPPA, beispielhaft für einen Beschleunigungsfaktor von drei. Das Abtastmuster wird für jede Herzphase um einen Phasenkodierschritt weitergeschoben. Dadurch können mit Hilfe eines zeitlich gemittelten k-Raums die Wichtungsfaktoren für eine GRAPPA-Rekonstruktion bestimmt werden.

PI-Schritt von Herzphase zu Herzphase um einen Phasenkodierschritt verschoben. Es ist dadurch möglich, einen k-Raum mit verringerter zeitlicher Auflösung zur Kalibrierung zu generieren. Da diese Methode keine separate Kalibrierungsmessung erfordert, kann sie auch als selbstkalibrierend bezeichnet werden.

Der Gesamtbeschleunigungsfaktor berechnet sich folglich als Produkt der beiden Einzelbeschleunigungen  $R_{CS}$  bzw.  $R_{PI}$ . Es wurden folgende Kombinationen untersucht:  $R_{CS} \times R_{PI} = 2 \times 2$ ,  $2 \times 3$ ,  $3 \times 2$  und  $3 \times 3$ .

### 5.2.3 Analyse

Die gesamte Rekonstruktion der retrospektiv unterabgetasteten Datensätze wurde mit der Software MATLAB (The Mathworks, Inc., Natick, MA, USA) durchgeführt.

Es erfolgte zunächst eine visuelle Begutachtung der Ergebnisse. Um die Qualität der Abbildung der Dynamik zu untersuchen, wurde eine Bildzeile durch das Herz im zeitlichen Verlauf dargestellt und zwischen den verschiedenen Gruppen verglichen.

In Kap. 2.3.3 wurde auf die Problematik der Rauschverstärkung (g-Faktor) bei Verwendung von PI-Techniken eingegangen. Um eine entsprechende Analyse für die hier eingeführte hybride Rekonstruktionstechnik zu ermöglichen, wurde eine Multi-Replika-Simulation, wie in [84] vorgeschlagen, durchgeführt. Robson et al. stellen in ihrer Arbeit eine Methode zur Bestimmung von g-Faktor-Karten für die PI vor. Es werden auf Basis einer Messung des Spulenrauschens eine Vielzahl von PI-Rekonstruktionen desselben Bildes, jedoch unter anderen, synthetisierten Pseudo-Spulenrauschen rekonstruiert. Mittels Bildung der Standardabweichung über den Stapel der Rekonstruktionen  $SD_{PI}(i)$  sowie über den Stapel der überlagerten Rauschmatrizen  $SD_{Rauschen}(i)$  lässt sich der g-Faktor für jedes Pixel  $i$  berechnen:

$$g(i) = \frac{SD_{PI}(i)}{SD_{Rauschen}(i) \cdot \sqrt{R}} \quad (5.1)$$

Dabei kann aufgrund der Transformationseigenschaften der PI von einer strikten Linearität ausgegangen werden. Das normalverteilte Eingangsrauschen resultiert in einem normalverteilten Rauschen im rekonstruierten Bild, so dass die Standardabweichung ein sinnvolles Vergleichsmaß zur Quotientenbildung in Gl. 5.1 darstellt.

Im Falle der CS-PI-Kombination ist jedoch von einer nichtlinearen Rekonstruktion auszugehen. Die Verteilungen des Eingangs- und Ausgangsrauschens sind im Allgemeinen verschieden. Für eine entsprechende Untersuchung des statistischen Fehlers der Rekonstruktion muss daher auf die deskriptive Statistik ausgewichen werden. Der Interquartilabstand  $\text{IQR}(i)$  eines Pixels  $i$  bezeichnet die Differenz der Quartile<sup>1</sup>  $Q_{0,75}(i)$  und  $Q_{0,25}(i)$ :

$$\text{IQR}(i) = Q_{0,75}(i) - Q_{0,25}(i) \quad (5.2)$$

und stellt damit ein robustes qualitatives Vergleichsmaß der Streuung dar.

Ein dem g-Faktor entsprechender Wert  $\Gamma(i)$  wurde für jede der durchgeführten Beschleunigungen bestimmt:

$$\Gamma(i) = \frac{\text{IQR}_{CS-PI}(i)}{\text{IQR}_{Rauschen}(i) \cdot \sqrt{R}} \quad (5.3)$$

Es wurden je 100 Rekonstruktionen mit einem jeweils neu synthetisierten Rauschen durchgeführt. Dazu wurde zusätzlich zur Bildakquisition eine Rauschmessung<sup>2</sup> durchgeführt. Darauf basierend konnte analog zu [84] ein der eigentlichen Messung entsprechendes, gleichermaßen korreliertes Rauschen beliebig oft generiert und den Bilddaten für jede Repetition überlagert werden. Die Ergebnisse wurden in Karten des statistischen Fehlers für die Endsystole dargestellt und der IQR wurde im Realteil des Signals bestimmt.

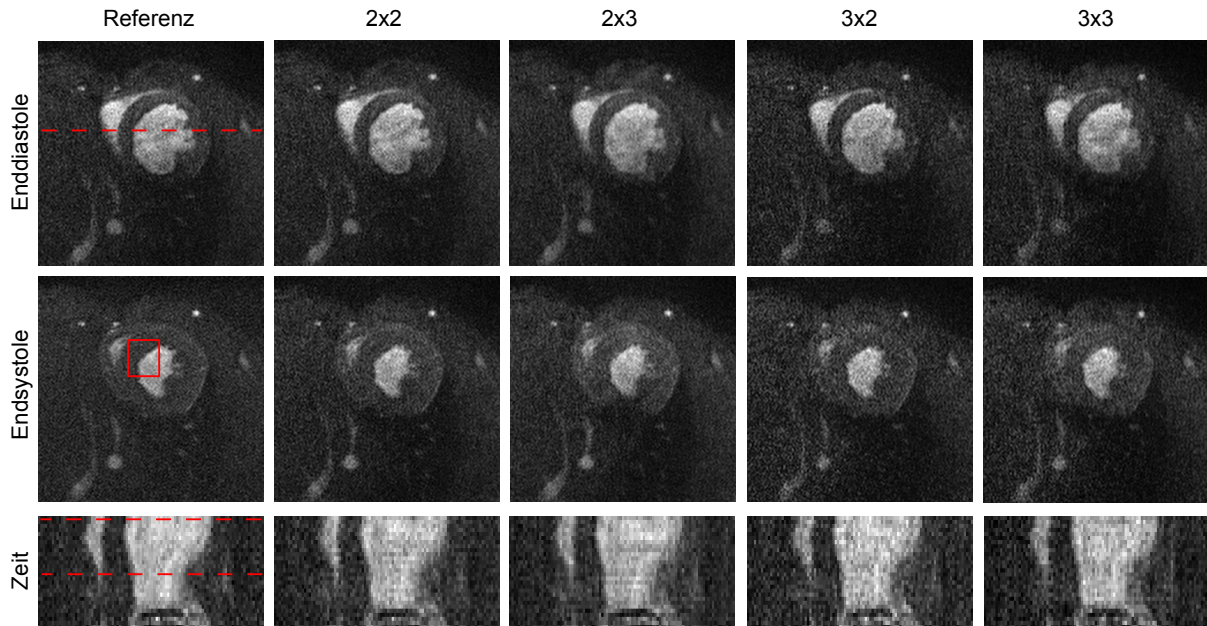
Der durch den IQR quantifizierbare statistische Fehler wurde in Relation zum systematischen Fehler gestellt. Dieser entspricht der Differenz des Bildes aus der vollständigen Akquisition und dem Mittelbild des zuvor bestimmten Stapels aus 100 Rekonstruktionen.

Schließlich wurde auch die räumliche Auflösung für das endsystolische Bild entsprechend Kap. 3 ermittelt. Da die Rekonstruktion einer Bilderserie etwa vier Minuten in Anspruch nimmt, wurde lediglich ein kleiner Bereich des Herzens berücksichtigt, der jedoch die für die Bestimmung der funktionellen Parameter essentielle Schnittstelle von Blutpool zu Myokardgewebe beinhaltete. Die Störung betrug jeweils 1 % des Signalwerts im Pixel. Es wurde eine zusätzliche Simulation mit einer Störung von 2 % zur Kontrolle der Linearität durchgeführt.

<sup>1</sup>Ein Quantil  $Q_p$  bezeichnet allgemein den Wert einer Verteilung unterhalb dessen der Anteil  $p$  aller Werte der Verteilung liegt. Die Quantile mit einem  $p$  von 0,25, 0,50 oder 0,75 werden auch Quartile genannt.

<sup>2</sup>Eine Rauschmessung erfolgt durch eine Akquisition ohne vorherige Anregung, d.h. ohne Applikation von HF-Pulsen.

### 5.3 Ergebnisse

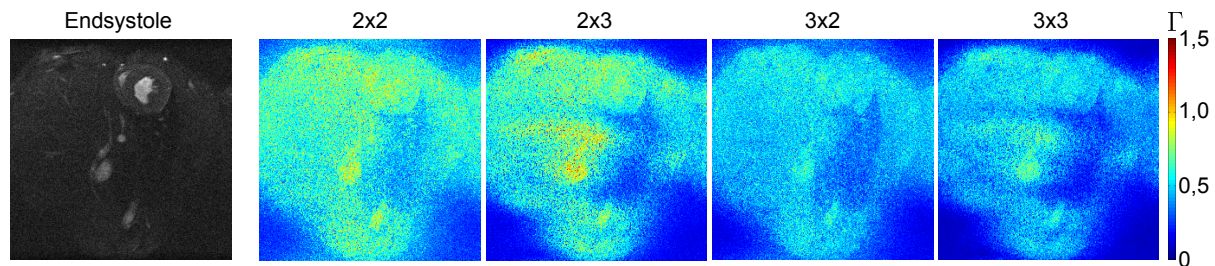


**Abbildung 5.3:** Rekonstruierte Bilder der Studie zur Kombination aus PI und CS am Mäuseherz. Die Bezeichnungen entsprechen der kombinierten Beschleunigung  $R_{CS} \times R_{PI}$ . Die Referenz stellt den vollständig abgetasteten Datensatz dar. Es wird je ein Bild der Enddiastole sowie der Endsystole gezeigt. Die rote gestrichelte Linie im ersten Bild markiert die Bildzeile, deren zeitlicher Verlauf in der untersten Reihe unter leichter Vergrößerung dargestellt ist. Die gestrichelten Linien im zeitlichen Verlauf markieren Enddiastole und Endsystole. Der rote Rahmen im endsystolischen Bild zeigt das Areal für das der Auflösungstest durchgeführt wurde.

In Abb. 5.3 sind die mittels der hybriden Technik erhaltenen Rekonstruktionsergebnisse zu sehen. Sowohl in der Darstellung der Enddiastole als auch der Endsystole zeigt sich für sämtliche Beschleunigungsfaktoren eine in der visuellen Begutachtung akzeptable Bildqualität. Bei  $R=2 \times 2$  sind Details deutlich erkennbar und es ist allenfalls eine minimale Erhöhung des Rauschpegels im Vergleich zur Rekonstruktion des vollständigen Datensatzes zu beobachten. Das Myokard ist global scharf vom Blutpool differenzierbar. Für  $R=2 \times 3$  tritt lokal, vor allem in der Endsystole, eine leichte Verminderung des Kontrasts im Myokard bei sonst gleich bleibender Bildqualität auf. Die Beschleunigung von  $R=3 \times 2$  zeigt eine im Allgemeinen ähnliche Bildqualität wie  $R=2 \times 3$ . Es ist dort lediglich eine leicht stärkere Konglomeration von Rauschen zu beobachten, die dem Bild eine gewisse Körnigkeit überlagert. In den mit  $R=3 \times 3$  rekonstruierten Bildern ist eine zusätzliche, wenn auch nicht drastische Auflockerung der endokardialen Grenze zu beobachten. Die gezeigten zeitlichen Verläufe lassen auf keine systematischen Fehler in der Darstellung der Dynamik schließen. Das schon in den Ortsraumdarstellungen zu sehende Ansteigen



des Rauschpegels mit wachsender PI-Beschleunigung ist auch hier erkennbar. Die rekonstruierten Bilderserien scheinen aber keiner zeitlichen Glättung unterworfen zu sein.

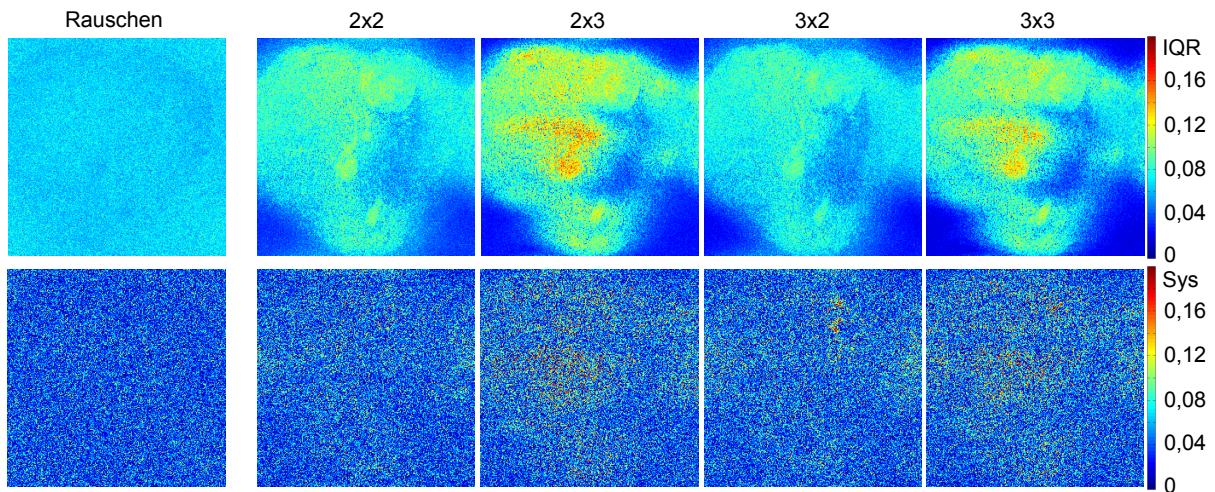


**Abbildung 5.4:**  $\Gamma$ -Werte für die rekonstruierten Datensätze. Links oben ist die beispielhaft gewählte endsystolische Herzphase im vollen FOV abgebildet. Darauffolgend ist  $\Gamma$  für die angegebenen Unterabtastfaktoren (Bezeichnung:  $R_{CS} \times R_{PI}$ ) in einer farbkodierten Karte aufgetragen. Während die PI eine leichte Vergrößerung von  $\Gamma$  hervorruft, führt eine zunehmende CS-Beschleunigung zu einer tendenziellen Verringerung von  $\Gamma$ .

In Abb. 5.4 ist  $\Gamma$  für die verschiedenen Kombinationen zu sehen. Im Bereich des Herzens sind die Werte für sämtliche betrachtete Beschleunigungen kleiner als  $\Gamma=1,5$ . Eine Erhöhung des CS-Faktors führt zu einer leichten Unterdrückung des statistischen Fehlers ( $R=3 \times 2$ ,  $R=3 \times 3$ ), während eine Erhöhung des PI-Faktors zu einer leichten Vergrößerung von  $\Gamma$  führt. Außerhalb des Objekts wird das Rauschen generell unterdrückt.

Abbildung 5.5 zeigt eine Gegenüberstellung des statistischen und des systematischen Fehlers. Um einen Vergleich zu ermöglichen, wurde für den statistischen Fehler der IQR aufgetragen. Der systematische Fehler bei  $R=2 \times 2$  erhebt sich nur minimal über die Höhe des Rauschpegels der Aufnahme. Er ist weitestgehend gleichmäßig über das gesamte Objekt verteilt. Der statistische Fehler ist etwas stärker ausgeprägt, zeigt sich jedoch ebenfalls auf einem konstant niedrigen Niveau. Für eine Beschleunigung von  $R=2 \times 3$  ergibt sich sowohl ein leicht vergrößerter statistischer als auch systematischer Fehler. Der systematische Fehler ist wie bei  $R=2 \times 2$  relativ gleichmäßig verteilt und überlagert das Bild „rauschartig“. Die Fehler sind in etwa gleich stark ausgeprägt. Die dreifache CS-Beschleunigung bei zweifacher PI-Beschleunigung ( $R=3 \times 2$ ) zeigt eine Unterdrückung des statistischen Fehlers im Vergleich zu vorhergehenden Ergebnissen. Hier ist im Bereich des Herzens eine Anhebung des systematischen Fehlers, wenn auch von geringer Ausprägung, auffällig. Das Fehlerbild für  $R=3 \times 3$  stellt schließlich eine Kombination der Beobachtungen für  $R=2 \times 3$  und  $R=3 \times 2$  dar. Der statistische Fehler steigt wieder etwas an, der „rauschartige“ systematische Fehler überdeckt die Anhebung im Bereich des Herzens.

Die Ergebnisse der Auflösungstests sind in Tab. 5.1 zusammengefasst. Der zeitliche Auflösungsverlust ist über sämtliche Beschleunigungen hinweg auf niedrigem Niveau. Die Breite nimmt nur minimal zu, so dass nicht von einem relevanten zeitlichen Blurring auszugehen ist. Die räumliche Auflösung erleidet jedoch bereits bei  $2 \times 2$  einen Verlust von ca. 32% bezüglich einer vollständigen Aufnahme. Die kombinierten Beschleunigungs-



**Abbildung 5.5:** Gegenüberstellung des statistischen und des systematischen Fehlers. Alle gezeigten Karten beziehen sich auf die in Abb. 5.4 links oben dargestellte Anatomie. Die Werte in den Karten sind auf den Maximalwert dieses Bildes (Blutpool) normiert. Die erste Reihe zeigt Karten des IQR. Links ist zunächst der IQR für die Rauschmessung ohne Beschleunigung zu sehen, darauffolgend sind Karten für die angegebenen Unterabtastfaktoren (Bezeichnung:  $R_{CS} \times R_{PI}$ ) abgebildet. Das Bild unten links zeigt zu Orientierungszwecken eine Abbildung einer Rauschmessung. Danach ist der systematische Fehler für die beschleunigten Datensätze aufgetragen. Lediglich für  $R=3 \times 2$  zeigt sich im Bereich des Herzens eine leichte Anhebung des systematischen Fehlers, der ansonsten weitestgehend gleichmäßig über das Objekt verteilt ist. In der Relation zum Bildrauschen sind sämtliche Fehler auf einem niedrigen Niveau.

faktoren  $R=2 \times 3$  und  $3 \times 2$  warten im Mittel mit einer Verbereiterung der LPSF von 44% bzw. 49% auf, die größte Beschleunigung resultiert schließlich in einem beträchtlichen räumlichen Blurring von 64%. Sämtliche für diese Studie verwendeten Störungen befanden sich im linearen Bereich der Transformation.

## 5.4 Diskussion

In diesem Kapitel wurde eine hybride Beschleunigungstechnik für die funktionelle Herzbildgebung am Kleintiertomographen entwickelt. Die Technik verwendet sowohl CS als auch die PI in Form von GRAPPA. Es wurde die Phasenkodierrichtung für die Unterabtastung gewählt, während die Ausleserichtung vollständig abgetastet wurde. Ziel der Anwendung war eine deutliche Reduktion der Messzeit unter Beibehaltung der Bildqualität der als Goldstandard dienenden, Nyquist-abgetasteten, Cine-Aufnahme.

$R_{CS} \times R_{PI}$	Räumliche Auflösung	Zeitliche Auflösung
$2 \times 2$	$1,32 \pm 0,09$	$1,15 \pm 0,35$
$2 \times 3$	$1,49 \pm 0,09$	$1,09 \pm 0,29$
$3 \times 2$	$1,44 \pm 0,13$	$1,11 \pm 0,26$
$3 \times 3$	$1,64 \pm 0,13$	$1,09 \pm 0,24$

**Tabelle 5.1:** Auflösungswerte für das rot markierte Areal in Abb. 5.3. Es wurden jeweils der Mittelwert sowie die Standardabweichung über sämtliche Pixel gebildet.

Anhand eines vollständig aufgenommenen Cine-Datensatzes wurden die kombinierten Beschleunigungsfaktoren  $R_{CS} \times R_{PI} = 2 \times 2$ ,  $2 \times 3$ ,  $3 \times 2$  und  $3 \times 3$  durch retrospektives Unterabtasten der Phasenkodierrichtung angewendet und die Datensätze anschließend mit dem entwickelten Algorithmus rekonstruiert. Der visuellen Begutachtung nach, wiesen sämtliche durchgeführte Simulationen eine akzeptable Bildqualität auf und auch in der Betrachtung des zeitlichen Verlaufes waren keine deutlichen Abweichungen zu erkennen. Während  $R_{CS} \times R_{PI} = 2 \times 2$  kaum von der vollständigen Aufnahme zu unterscheiden war, stieg bei  $R_{PI} = 3$  der statistische, bei  $R_{CS} = 3$  der systematische Fehler leicht an. Werte für  $\Gamma$  kleiner 1 wiesen auf eine Unterdrückung des Rauschpegels hin, die in der Rekonstruktionscharakteristik von CS begründet ist [68]. Da die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Rauschens durch die Verwendung von CS-Algorithmen grundsätzlich verändert werden kann, sollten die  $\Gamma$ -Faktoren im Vergleich zum g-Faktor eher qualitativ interpretiert werden.

Der „rauschartige“ systematische Fehler liegt in der bereits diskutierten Konglomeration des Rauschens durch CS begründet (siehe Abb. 4.11). Dieser Fehler schlägt sich im Bild in Form der beobachteten Körnigkeit nieder. Allenfalls für  $R = 3 \times 2$  war eine darüber anwachsende systematische Abweichung im Bereich des Herzens zu erkennen, die allerdings in Bezug auf das Bildrauschen sehr gering ausfiel. Zusammenfassend lassen die Ergebnisse aus visueller Begutachtung und der Betrachtung systematischer und statistischer Fehler durchaus eine Beschleunigung von bis zu  $R = 3 \times 3$  als akzeptabel erscheinen.

Die Ergebnisse des Auflösungstests deuteten auf eine Korrelation der Rauschunterdrückung durch CS mit einem (räumlichen) Auflösungsverlust hin. Während bei Gesamtbeschleunigungsfaktoren von  $R = 6$  die Verluste noch unterhalb der 50%-Marke lagen, musste bei  $R = 9$  eine mittlere Verbreiterung von über 64% hingenommen werden. Der CS-Algorithmus ist hier bestrebt, dem ansteigenden Rauschpegel beim Ermitteln einer sparsen Lösung entgegenzuwirken. Dies scheint bei einem in der Kleintierbildgebung deutlich erhöhten Rauschpegel jedoch nur unter Verlust von räumlicher (bzw. zeitlicher) Bildauflösung möglich.

Die Studie macht deutlich, dass gerade bei den immer komplizierter werdenden Rekonstruktionsprozeduren eine differenzierte Analyse der Bildqualität von großer Bedeutung ist. Stützt man sich im vorliegenden Fall lediglich auf eine Begutachtung des systematischen bzw. des statistischen Fehlers, ist eine Verwendung von Beschleunigungsfaktoren von  $R = 3 \times 3$  und größer ohne Bedenken zu bejahen. Auch die rein visuelle Betrachtung vermittelt den Anschein ausreichender Bildqualität. Die Analyse der Auflösung bei Be-

teilung einer CS-Beschleunigung ist objektiv jedoch nur mit der in Kap. 3 vorgestellten Methode möglich. Sie macht deutlich, dass hohe Beschleunigungsfaktoren auch bei einer hybriden Verwendung von CS und PI nicht ohne Verluste angewendet werden können. Nach der differenzierten Analyse der Bildqualität wird im nächsten Schritt der Studie eine Validierung der funktionellen Herzparameter sowie eine Implementierung der Methode am Tomographen der *BMRU* analog zu Kap. 4 angestrebt. Um zu starke räumliche Glättungen und damit einhergehende Ungenauigkeiten bei der Segmentierung auszuschließen, wird nach derzeitigem Stand von einer maximalen Beschleunigung von  $R=6$  ( $R_{CS} \times R_{PI} = 2 \times 3, 3 \times 2$ ) ausgegangen.

Es wurde hier eine der beinahe beliebig vielen Kombinationsmöglichkeiten implementiert und untersucht. Wie in der Einleitung erwähnt, wurden in der klinischen Bildgebung statt der sequentiellen Anordnung auch bereits Methoden vorgestellt, bei denen die PI in die CS-Iteration integriert wurde. Eine Überlegenheit sowohl der einen als auch der anderen Vorgehensweise konnte jedoch bisher nicht gezeigt werden. Eine Anwendung einer integrierten Lösung in der Kleintierbildgebung muss zunächst auch gesondert bezüglich der Rekonstruktionseigenschaften und deren Bildqualität analysiert werden.

In der vorliegenden Arbeit wurde der CS-Schritt separat für jedes Einzelspulenbild des Kleintiertomographen angewendet. Alternativ besteht die Möglichkeit, die Bilder zur Anwendung des IST-Thresholds mittels geeigneter Verfahren (z.B. [108]) zu kombinieren und zum Wiedereinsetzen der gemessenen Daten wieder zu entkombinieren. Dieses Vorgehen hat eine Erhöhung des SNRs zu Folge. Da die Spulen in der Kleintierbildgebung eine stark lokalisierte Sensitivität aufweisen, führt eine Verwendung der Einzelspulenbilder in der CS-Rekonstruktion jedoch zu einer deutlich erhöhten Sparsität. Aus diesem Grund wurde in der vorliegenden Methode auf eine Kombination verzichtet.

Weiterhin könnte statt der Ausnutzung der x-f-Sparsität mittels Fouriertransformation in zeitlicher Richtung die Subtraktion eines zeitlichen Mittelbildes in Analogie zu Kap. 4 in Betracht gezogen werden. Die Anfälligkeit der ersten Methode auf zeitliches Blurring (siehe Kap. 3.4.4) wurde bei der in diesem Kapitel behandelten Technik nicht beobachtet und stellt damit kein Argument für eine entsprechende Veränderung in der Sparsitätstransformation dar.

Neben der hier beschriebenen Studie wurde die vorgestellte Technik zusätzlich für die Beschleunigung der funktionellen Bildgebung am Rattenherz untersucht [112]. Durch die Verwendung einer 4- statt einer 8-Kanalspule ergab sich eine etwas erhöhte Rauschstärkung. Die Bildqualität war ansonsten mit der bei der Maus erreichten vergleichbar.

## 5.5 Zusammenfassung

Es wurde eine hybride Rekonstruktionstechnik auf der Basis von CS und GRAPPA für die funktionelle Herzbildgebung am Kleintier entwickelt. Die beiden Methoden wurden dabei seriell kombiniert. Durch einen Versatz der Unterabtastung in der zeitlichen Dimension erfordert die Technik keinerlei zusätzliche Messungen zur Kalibrierung von GRAPPA. In einer Studie wurden Beschleunigungsfaktoren bis hin zu  $R=9$  durch retrospektives

Unterabtasten eines vollständig akquirierten Datensatzes realisiert. Die entwickelte Methode wurde zur Rekonstruktion dieser Daten verwendet und die Qualität der resultierenden Bilder analysiert. Die Gesamtheit aller Ergebnisse zeigte, dass eine Reduktion der notwendigen Daten um einen Faktor von sechs ( $R_{CS} \times R_{PI}=2 \times 3, 3 \times 2$ ) mit der damit einhergehenden Messzeitverkürzung möglich ist.

# 6 Compressed Sensing in der klinischen funktionellen 3D-Herzbildgebung

## 6.1 Einleitung

Die segmentierte Mehrschicht-Cine-Aufnahme mittels MRT kann als Referenzstandard für die Bestimmung der globalen und regionalen Myokardfunktion in der klinischen Bildgebung betrachtet werden (siehe Kap. 2.4.3, [66, 83]). Um die Dynamik des Herzzyklus mit hoher zeitlicher aber auch räumlicher Auflösung zu erfassen, werden dabei Daten über mehrere Herzschläge hinweg EKG-getriggert akquiriert. Die Technik erfordert für eine Vermeidung von Bewegungsartefakten außerdem einen Atemstopp des Patienten für jede der 10-15 für eine vollständige Herzabdeckung notwendigen Schichten. Durch die sukzessive Aufnahme mit Hilfe der einzelnen 2D-Schichten ist diese präzise Bestimmung der funktionellen Herzparameter mit einem hohen Zeit- und somit auch Kostenaufwand verbunden. Darüber hinaus stellen die vielen Atemstopps eine Anstrengung für die teils schwerkranken Patienten dar und sind deshalb in einigen Fällen nicht möglich.

Wie in der präklinischen Bildgebung (Kap. 4 und 5) strebt man deshalb auch in der klinischen Herzbildgebung eine Reduktion der Aufnahmedauer an. Neben einer Optimierung der Bildgebungssequenzen wurde dieses Vorhaben zunehmend auch mit Hilfe von Abtastraten unterhalb des Nyquist-Kriteriums verfolgt. So findet die Parallele Bildgebung (PI, [40, 81]) mittlerweile eine breite Verwendung in der Herzbildgebung. Speziell für die Aufnahme dynamischer Prozesse wurde eine effiziente Kalibrierung der Wichtungsfaktoren für die PI eingeführt [58, 60, 12]. Heutige Spulenarrays ermöglichen theoretisch durchaus Beschleunigungen mit einem Faktor von  $R=10$ . Die Aufnahmen erleiden bei einer derart starken Unterabtastung allerdings auch eine deutliche Degradierung der Bildqualität durch die ortsabhängige Rauschverstärkung (siehe Kap. 2.3.3).

In den vergangenen Jahren wurde zunehmend auch Compressed Sensing (CS, siehe Kap. 2.2) für eine Beschleunigung der funktionellen MR-Herzbildgebung eingesetzt. Gamper und Kollegen [37] nutzen die zeitliche Redundanz einer Aufnahme der Herzfunktion aus, um Beschleunigungen bis zu einem Faktor von drei zu ermöglichen. In [110] wurde eine Kombination aus CS und PI vorgestellt, die Echtzeitaufnahmen bei einem Beschleunigungsfaktor größer als acht erlaubt.

Für eine effiziente Unterabtastung im Zuge der vorangehend genannten Methoden erweisen sich vor allem nichtkartesische k-Raum-Trajektorien als besonders geeignet [9]. So zeichnet sich z.B. eine Aufnahme mit einer radialen Trajektorie (z.B. [114]) durch eine

hohe Inkohärenz der entstehenden Artefakte bei der Verletzung des Nyquist-Kriteriums aus.

Anstatt der üblicherweise verwendeten 2D-Schichtaufnahme mit sukzessivem Schichtversatz ist zudem eine 3D-Akquisition des Herzens in einer einzelnen Aufnahme denkbar [50]. Die Anregung des Gesamtvolumens ermöglicht einen prinzipiellen SNR-Vorteil in Bezug auf eine entsprechende 2D-Mehrschichtaufnahme, welcher der Wurzel über die Schichtanzahl entspricht [7]. Die räumliche Kodierung der zusätzlichen Dimension erfolgt üblicherweise mittels einer zusätzlichen Phasenkodierung, was im Gegensatz zur Mehrschicht-2D-Akquisition eine potentielle Missregistrierung durch unterschiedliche Atemlagen zwischen benachbarten Schichten ausschließt. Außerdem bietet die Akquisition eines 3D-k-Raums zusätzliche Freiheiten bei der Wahl des für die Anwendung von CS verwendeten Unterabtastschemas.

In diesem Kapitel wird die Entwicklung einer neuen Methode für die funktionelle Herzbildgebung beschrieben. Diese verwendet eine Volumenanregung des Herzens, eine effiziente 3D-Trajektorie zur Unterabtastung sowie eine Bildrekonstruktion auf Basis der CS-Theorie. Die vorgestellte Technik erlaubt die Messung der Herzfunktion in einem einzigen statt der bisherig üblichen 10-15 Atemstillstände des Patienten.

Für alle *in-vivo* durchgeführten Akquisitionen lag eine Zustimmung der Ethik-Kommission vor. Die Probanden wurden vor der MR-Untersuchung über die Messung aufgeklärt.

## 6.2 Methoden

### 6.2.1 3D-Cine-Aufnahmetechnik

Die vorgeschlagene Bildgebungsmethode sieht eine unterabgetastete, segmentierte und EKG-getriggerte 3D-Akquisition des Herzens in einem Atemstillstand vor (siehe Abb. 6.1(a)).

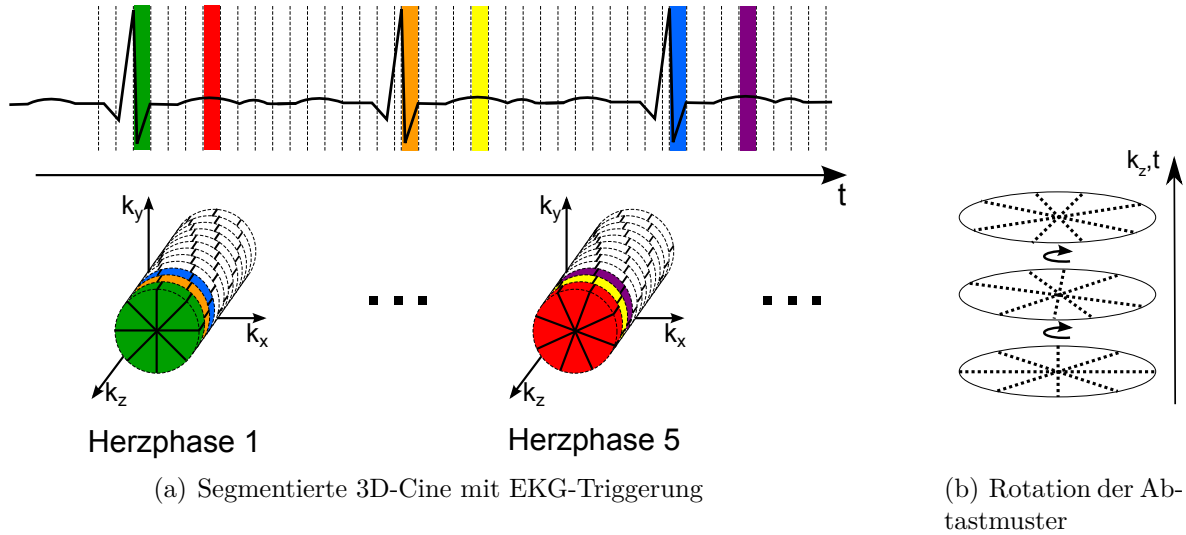
Die üblicherweise im Kurzachsenschnitt akquirierte 2D-Schicht wurde dazu auf einen 3D-Block (engl. *Slab*) ausgedehnt. Der Anregungspuls wurde weiterhin unter Schalten eines Schichtgradienten appliziert und das selektiv angeregte 3D-Volumen wurde mittels einer zusätzlichen Phasenkodierung in mehrere Partitionen unterteilt (Richtung  $z$ ). Diese Partitionen entsprechen damit den 2D-Schichten der Standardmethode.

Die zwei verbleibenden Richtungen ( $x, y$ ) der Partitionen wurden mit Hilfe eines radialen Abtastmusters kodiert. Entspricht  $f$  der Anzahl der Auslesepunkte eines unter dem Nyquist-Kriterium durchgeführten Auslesevorgangs, so sind für eine radiale Trajektorie mit globaler Einhaltung des Nyquist-Kriteriums  $\pi/2 \cdot f$  solcher Projektionen notwendig. Zur Beschleunigung der Akquisition wird in diesem Kapitel eine Unterabtastung durchgeführt, d.h. es wurde eine Anzahl an Projektionen kleiner als  $\pi/2 \cdot f$  verwendet.

Die radialen Trajektorien wurden in Partitionsrichtung und für verschiedene Herzphasen gegeneinander rotiert, um eine optimale k-Raum-Abdeckung im zeitlich gemittelten k-Raum sowie eine möglichst hohe Inkohärenz der Artefakte im Bildraum zu erreichen (siehe Abb. 6.1(b)). Die beschriebene Abtastfolge wird im Folgenden als „Stack-of-Stars“-Trajektorie bezeichnet.



Die Akquisition der Daten erfolgte segmentiert über mehrere Herzschläge hinweg (siehe Abb. 6.1(a)). Zur Triggerung wurde ein EKG-Signal verwendet. Zusätzlich wurde vor der Messung ein Kommando zum Atemstillstand gegeben.



**Abbildung 6.1:** Abtastschema der 3D-Cine-Aufnahme. Das angeregte Herzvolumen wird mit Hilfe von Phasenkodierschritten in  $z$ -Richtung sowie mittels radialer Projektionen innerhalb der Partitionen räumlich kodiert. Die Akquisition erfolgt segmentiert über mehrere Herzschläge hinweg. Hierzu wird die Messung auf ein parallel abgegriffenes EKG-Signal getriggert. Die zeitliche Zuordnung der Daten ist farblich gekennzeichnet. Die radialen Abtastmuster werden für eine gleichmäßige Abdeckung des  $k$ -Raums gegeneinander rotiert (Abb. (b)).

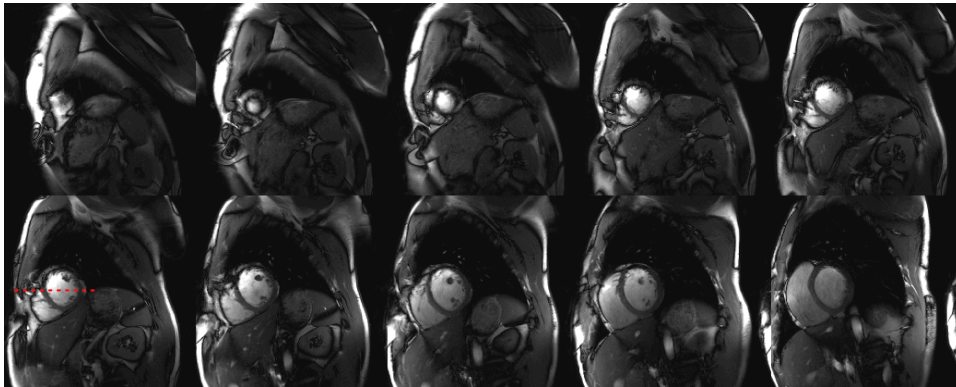
## Simulation

Zur Verifizierung der Technik wurde zunächst eine Simulation an einem vollständig akquirierten, kartesischen Datensatz durchgeführt. Dazu wurden analog zur Vorgehensweise in der klinischen Routine zehn aufeinanderfolgende 2D-Schichten im Kurzachsenschnitt (Herzbasis bis Herzspitze) an einem gesunden Probanden aufgenommen. Die Messung erfolgte an einem 3T-Ganzkörpertomographen (Magnetom Trio, Siemens Healthcare, Erlangen, Deutschland; Messparameter: bSSFP; TE = 1,8 ms; TR = 3,6 ms; FOV 380 mm  $\times$  297 mm; Matrixgröße 256  $\times$  208; Schichtdicke 8mm; Flipwinkel 45°; zeitliche Auflösung 47 ms; 32-Kanal-Spule).

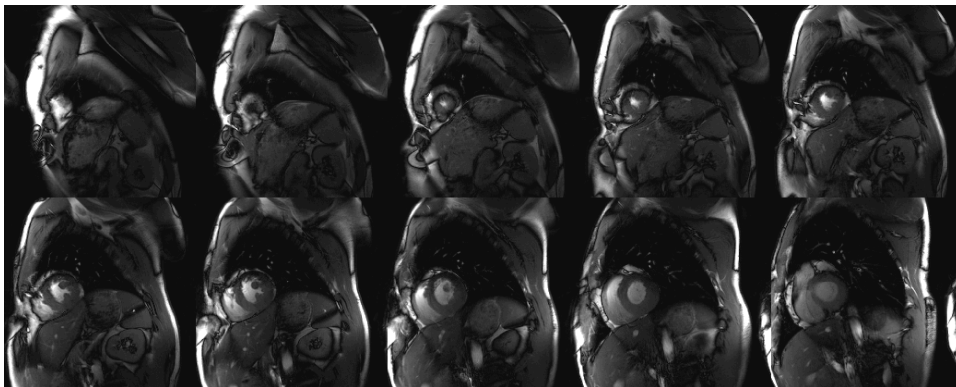
Die Daten wurden in einen 3D- $k$ -Raum überführt und auf eine Matrixgröße von 10  $\times$  208  $\times$  208 reduziert. Dieser Block wird im Folgenden als *Pseudo-3D*-Datensatz bezeichnet. Abbildung 6.2 zeigt die enddiastolische sowie die endsystolische Herzphase für die



zehn „Partitionen“. Für das 4D-Gitter (drei k-Raum-Dimensionen, eine zeitliche Dimension) wurde ein pseudo-radiales „Stack-of-Stars“-Muster zur Maskierung generiert, welches die Daten um einen Faktor 10,9 bezüglich einer dem Nyquist-Kriterium entsprechenden „Stack-of-Stars“-Akquisition unterabtastete. Der daraus resultierende, pseudo-beschleunigte Datensatz wurde anschließend mit dem weiter unten genauer beschriebenen CS-Algorithmus (siehe Kap. 6.2.2) rekonstruiert.



(a) Cine der Herzfunktion. Kartesische Akquisition. Enddiastolische Herzphase.

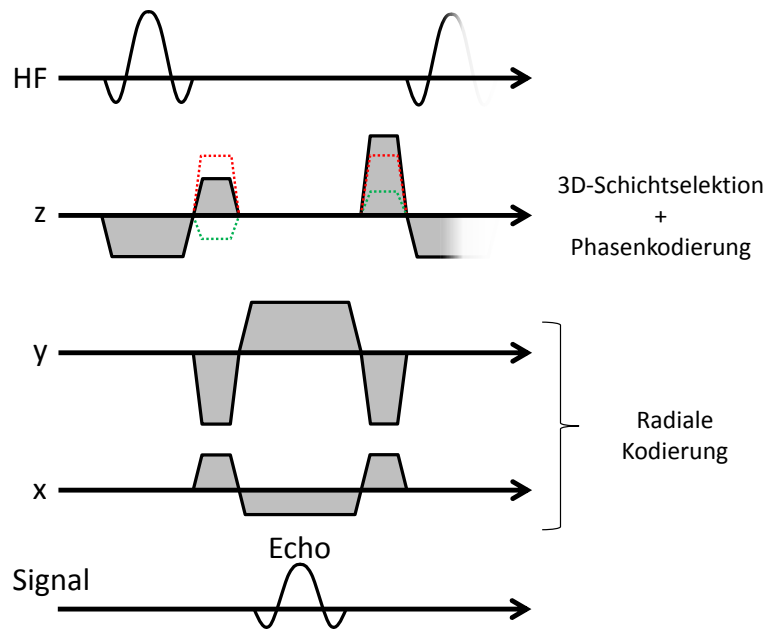


(b) Cine der Herzfunktion. Kartesische Akquisition. Endsystolische Herzphase.

**Abbildung 6.2:** Referenzdatensatz einer vollständigen, kartesisch akquirierten Cine der Herzfunktion im Kurzachsenschnitt. Die Einzelschichten wurden zu einem Block zusammengefasst und in einen *Pseudo*-3D-k-Raum für jede Herzphase überführt. Dort wurde im Simulationsschritt der Studie eine retrospektive Unterabtastung mittels des vorgeschlagenen „Stack-of-Stars“-Musters unternommen, um die Leistung des entwickelten CS-Algorithmus zu testen. Die gestrichelte rote Linie markiert eine Zeile, deren zeitlicher Verlauf zwischen Rekonstruktion und Originaldatensatz verglichen wurde.

### 3D-Herzfunktion in einem Atemstillstand

Im Anschluss an die Simulation wurde eine 3D-bSSFP-Pulssequenz entwickelt und am Tomographen (Magnetom Trio, Siemens Healthcare, Erlangen, Deutschland) implementiert (siehe Abb. 6.3). Diese ermöglicht die in Abb. 6.1 schematisierte EKG-getriggerte, segmentierte Aufnahme mit der „Stack-of-Stars“-Trajektorie. Zur Validierung der Se-



**Abbildung 6.3:** Sequenzdiagramm der 3D-bSSFP. Grau unterlegte Verläufe entsprechen den geschalteten Gradienten. Die Richtungen  $x$  und  $y$  werden mittels einer radialen Auslesetechnik kodiert. Richtung  $z$  stellt eine Addition der Gradienten zur selektiven 3D-Anregung und der Gradienten für die zusätzlich notwendige Phasenkodierung dar. Der rot markierte Verlauf zeigt den Rephasierer der Schichtselektion sowie dessen Pendant im Zuge der Ausbalancierung, die grünen Gradienten sind auf die Phasenkodierung zurückzuführen.

quenz wurde eine Untersuchung an einem gesunden Probanden durchgeführt. Die Aufnahme erfolgte unter vollständiger 3D-Herz-Abdeckung (Herzbasis bis Herzspitze) und erforderte lediglich einen Atemstillstand (bSSFP; TE = 1,8 ms; TR = 3,7 ms; FOV 480 mm × 480 mm × 96 mm; 12 Partitionen; 33 Radiale Projektionen pro Partition; 224 Auslesepunkte; Flipwinkel 29°; zeitliche Auflösung 40,5 ms, 32-Kanal-Spule). Der Beschleunigungsfaktor entsprach in Bezug auf die entsprechende Nyquist-Abtastung einem Faktor von 10,7 und die gesamte Aufnahme dauerte 27 s. Die Daten wurden anschließend mit dem nachfolgend beschriebenen CS-Algorithmus rekonstruiert.

## 6.2.2 Rekonstruktion

### Compressed Sensing

Die Rekonstruktion der unterabgetasteten „Stack-of-Stars“-Messungen wurde in MATLAB (The Mathworks, Inc., Natick, MA, USA) entwickelt und sämtliche Rekonstruktionen wurden offline durchgeführt. Zunächst wurden die nichtkartesischen Messpunkte mit Hilfe von GROG ([99], siehe Kap. 2.3.4) auf ein kartesisches Gitter verschoben. Ein über alle Herzphasen gemittelter  $k$ -Raum lieferte dabei die zur Bestimmung der Wichtungsfaktoren notwendige Information.

Anschließend wurden die fehlenden Daten unter Einsatz des IST-Algorithmus rekonstruiert. Die Bildung von Differenzbildern durch Subtrahieren eines zeitlichen Mittelbildes, wie bereits in Kap. 4 vorgeschlagen, führte zur dafür notwendigen sparsen Darstellung. Die beschriebene Rotation der radialen Muster in der zeitlichen Dimension ermöglichte die Bildung eines zeitlichen Mittelbildes, das im Gegensatz zu den einzelnen Herzphasen das Nyquist-Kriterium erfüllte.

Die Messungen wurden, wie oben beschrieben, mit einer 32-Kanal-Körperspule durchgeführt. Sämtliche Einzelspulenbilder wurden jeweils vor der Anwendung des Schwellwerts innerhalb des IST-Algorithmus mit Hilfe der Methode nach Walsh et al. [108] zu einer einzelnen Bildmatrix kombiniert und anschließend zum Wiedereinsetzen der Messdaten dekombiniert [35]. Dieses Vorgehen wurde zur Reduzierung der Rekonstruktionszeit verwendet, führt jedoch auch zum bereits in Kap. 5 angesprochenen SNR-Vorteil innerhalb der IST-Iterationen.

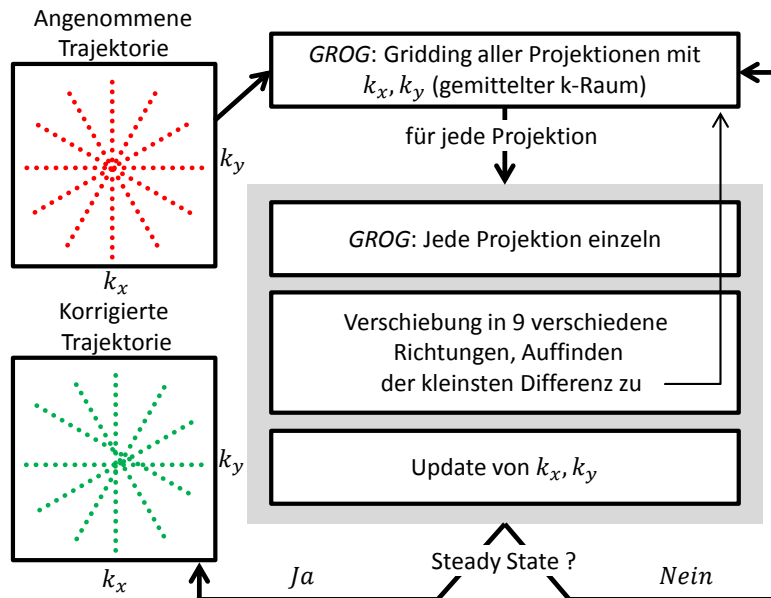
### Trajektorienkorrektur

Im Falle der beschleunigten „Stack-of-Stars“-Akquisition wurde vor der eigentlichen Bildrekonstruktion eine Korrektur der gemessenen Trajektorie vorgenommen. Die Lage der Messpunkte im  $k$ -Raum unterliegt in der realen MRT-Akquisition verschiedenen Abweichungen, die als Trajektorienfehler bezeichnet werden. Unterschiedlichste Ursachen wie z.B. Wirbelströme oder Gradientenverzögerungen durch ein fehlerhaft kalibriertes Messsystem zeigen sich dafür verantwortlich [106].

Bei einer kartesischen Aufnahme mit linearer Anordnung der Phasenkodierschritte führen Trajektorienfehler zu einer relativ glatten Verzerrung des  $k$ -Raums, die keine sichtbaren Artefakte im Magnitudenbild des Ortsraums zur Folge hat. Im Fall der radialen Akquisition wird die Ausleserichtung fortwährend gedreht, so dass Trajektorienfehler zu einer relativen Verschiebung der ausgelesenen Zeilen führen. Im  $k$ -Raum-Zentrum interferieren die Daten miteinander, was sich im Bildraum in Form von Streifen- bzw. Verschmierungsartefakten niederschlägt [106]. Speziell in der radialen Bildgebung, aber auch in der nichtkartesischen Bildgebung im Allgemeinen, ist es daher von großem Interesse, die auftretenden Abweichungen möglichst gering zu halten oder nachträglich zu beseitigen. In [106] wurden Kompensationstechniken vorgestellt, die Gradientenverzögerungen beispielsweise bereits während der Messung korrigieren. Die dafür notwendigen Parameter wurden anhand von Phantomstudien kalibriert und sind bereits an den in dieser Arbeit

verwendeten Siemens-Systemen implementiert.

Abhängig von Pulssequenz und Progression der Abtastung treten jedoch z.B. durch Wirbelströme zusätzlich überlagerte Abweichungen auf, deren systematische Korrektur nahezu unmöglich ist. In diesem Kapitel wird eine nachträgliche Korrektur dieser Abweichungen für radiale Projektionen vorgestellt.



**Abbildung 6.4:** Illustration der Trajektorienkorrektur für eine Aufnahme mit radialen Projektionen. Basierend auf den ursprünglich angenommenen Koordinaten werden die Messdaten zunächst mit GROG in einen kartesischen k-Raum überführt (gemittelter k-Raum). Jede Projektion wird außerdem mit GROG separat in einen eigenen k-Raum gegriddet. Mit Hilfe des GRAPPA-Operators werden die einzelnen Projektionen parallel um kleine k-Raum-Distanzen verschoben. Der Verschiebungsvektor, der zu einer minimalen Differenz der Einträge der verschobenen Projektion zu den Einträgen am ursprünglichen Ort im gemittelten k-Raum führt, wird für ein Update der Koordinaten ( $k_x, k_y$ ) verwendet. Nach Durchlauf aller Projektionen startet die nächste Iteration mit der Bestimmung eines neuen gemittelten k-Raums auf Basis der neuen Koordinaten. Der Vorgang wird so lange wiederholt, bis die Differenz für jede Projektion unter einer Verschiebung mit dem Null-Vektor ein Minimum erreicht.

Die iterative Methode verwendet kleine Verschiebungen der aufgenommenen Projektionen mit Hilfe des GRAPPA-Operators [23, 39], um die Selbstkonsistenz der Messdaten im überabgetasteten k-Raum-Zentrum zu maximieren (siehe Abb. 6.4). Der Algorithmus wird mit einem gemessenen Datensatz aus radialen Projektionen und mit den ursprünglich angenommenen Koordinaten ( $k_x, k_y$ ) initialisiert. Mittels GROG [99] werden sämtliche Projektionen entsprechend dem üblichen *Gridden* auf ein gemeinsames kartesisches

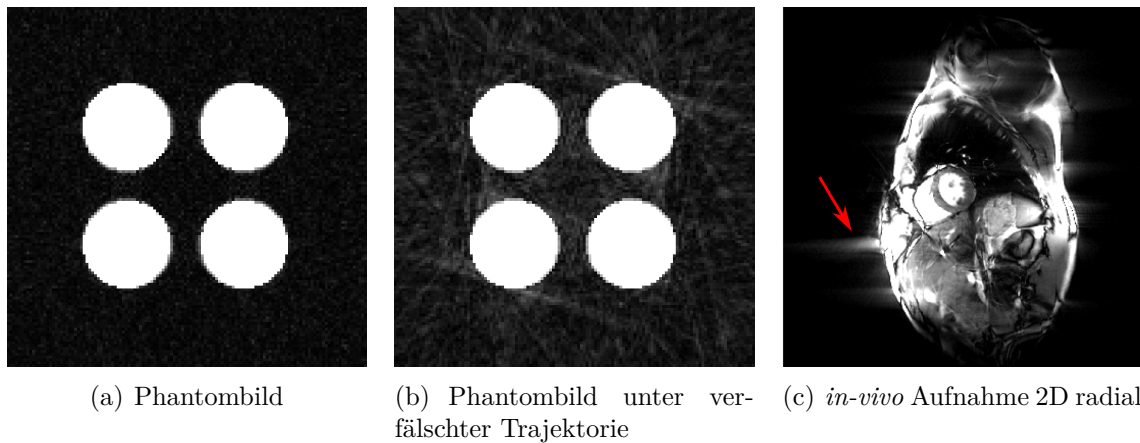
Gitter verschoben. Im Zentrum dieses Gitters repräsentieren die Einträge aufgrund der dortigen Überabtastung eine Mittelung aus den Einträgen mehrerer Projektionen. Dieser k-Raum wird daher im Folgenden als „gemittelter k-Raum“ bezeichnet. Darüber hinaus wird jede der Projektionen mittels GROG separat in einen eigenen kartesischen k-Raum gegridet. Diese werden als „Einzel-k-Räume“ bezeichnet.

Das Ziel der Methode ist nun, durch iteratives Verschieben der individuellen Projektionen eine maximale Übereinstimmung mit dem gemittelten k-Raum in den überabgetasteten Regionen zu erlangen. In einem Iterationsschritt werden die Projektionen in den Einzel-k-Räumen mit Hilfe des GRAPPA-Operators in neun verschiedene Richtungen parallel verschoben. Die Länge des Verschiebungsvektors wird kleiner als die Hälfte einer diskreten Einheit des kartesischen k-Raum-Gitters gewählt ( $0,5 \Delta k$ ), eine der neun Verschiebungen entspricht dem Null-Vektor. Der Verschiebungsvektor, der zu einer minimalen Differenz der Einträge der Projektion im Einzel-k-Raum zu denen an den ursprünglichen Stellen in überabgetasteten Regionen des gemittelten k-Raums führt, wird für eine Aktualisierung der Koordinaten der Projektion  $(k_x, k_y)$  verwendet. Die beschriebene Optimierung wird innerhalb einer Iteration für sämtliche Projektionen separat durchgeführt.

Die darauffolgende Iteration startet mit einer Kalibrierung der GROG-Wichtungsfaktoren auf Basis der aktualisierten Koordinaten  $(k_x, k_y)$  und der anschließenden Bestimmung der neuen Einzel-k-Räume sowie des neuen gemittelten k-Raums. Der Algorithmus wird abgebrochen, sobald für alle Projektionen nur noch Verschiebungen mit dem Null-Vektor zu einer minimalen Differenz führen. In diesem Fall wurde durch die Korrektur der Koordinaten eine maximale Konsistenz der Messdaten in überabgetasteten Regionen erreicht. Vor der Applikation der Korrektur auf die „Stack-of-Stars“-Messung wurde eine Validierung der Methode anhand eines numerischen Phantoms sowie anhand einer *in-vivo* Aufnahme durchgeführt (siehe Abb. 6.5). Für die Phantomstudie wurden radiale Projektionen für ein numerisch generiertes, mit einem zusätzlichen Rauschen überlagertes, Objekt bestimmt und unter Einsatz von GROG rekonstruiert (siehe Abb. 6.5(a)). Die Trajektorien wurden anschließend mit einem Fehler korrumpiert. Jede Projektion wurde dabei parallel mit einem Vektor zufälliger Richtung und zufälliger Amplitude der Standardabweichung von 0,4 Pixel verschoben. In Abb. 6.5(b) ist die Rekonstruktion unter Verwendung der fehlerhaften Koordinaten dargestellt. Deutliche Streifen-Artefakte sind erkennbar. Der vorgeschlagene Korrektur-Algorithmus wurde auf diesen Datensatz angewendet und das Ergebnis wurde mit den unverfälschten Daten verglichen. Die Länge des Verschiebungsvektors wurde zunächst auf  $0,01\Delta k$  gesetzt. Nach einer ersten Konvergenz wurde ein weiterer Durchlauf mit  $0,1\Delta k$  durchgeführt.

Zusätzlich wurde eine 2D-Aufnahme des Herzens unter Verwendung radialer Projektionen in der segmentierten CINE-Technik durchgeführt (3 T Ganzkörpermagnetograph; Magnetom Trio, Siemens Healthcare, Erlangen, Deutschland; bSSFP; TE = 1,8 ms; TR = 3,6 ms;  $\alpha=45^\circ$ ; FOV =  $380 \times 380 \text{ mm}^2$ ; 390 Projektionen; 256 Auslesepunkte; 32-Kanal-Spule). Abbildung 6.5(c) zeigt die Rekonstruktion einer der Herzphasen. Die Daten wurden zur Rekonstruktion mittels GROG auf ein kartesisches Gitter verschoben. Vor allem im Bereich des Fettgewebes sind deutliche Verschmierungen zu sehen. Der vorgestellte Algorithmus wurde für eine Korrektur dieses Datensatzes verwendet ( $0,1\Delta k$ ).

Nach der Validierung der Methode wurde die Trajektorienkorrektur schließlich auf die 3D-Akquisition der „Stack-of-Stars“-Trajektorie angewendet ( $0,1\Delta k$ ).



**Abbildung 6.5:** Validierung der Trajektorienkorrektur. Die radialen Projektionen des numerischen Phantoms (a) wurden mit einem zufälligen Fehler versehen (b). In der radialen *in-vivo* Aufnahme (c) sind Artefakte am Fettgewebe erkennbar (roter Pfeil).

### 6.2.3 Analyse

Die in der Simulationsphase CS-rekonstruierten Bilderserien wurden zunächst visuell mit den aus dem vollen Datensatz rekonstruierten Serien verglichen. Die beiden Bilderserien wurden ferner voneinander subtrahiert, um den Fehler als Differenz sichtbar zu machen. Dazu wurde der *Pseudo*-3D-Datensatz auf einen dicht abgetasteten Zylinder (vollständig abgetastete „Stack-of-Stars“-Trajektorie) im 3D-k-Raum maskiert, um einen Unterschied, der aus den im kartesischen Fall zusätzlich abgetasteten „k-Raum-Ecken“ resultiert, auszuschließen.

Um eine Beurteilung der Rekonstruktion in Bezug auf die Dynamik zu ermöglichen, wurde zusätzlich der zeitliche Verlauf für CS-Rekonstruktion und Referenzdaten gegenübergestellt. Die dafür beispielhaft betrachtete Bildzeile ist in Abb. 6.2(a) rot gekennzeichnet.

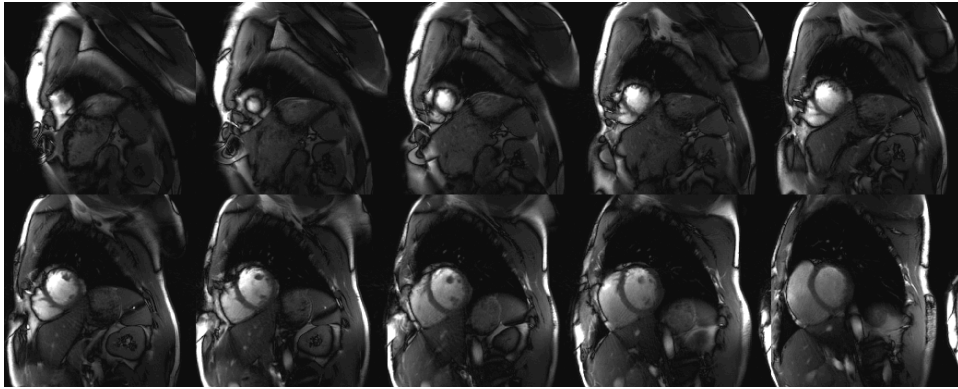
Der in Kap. 3 vorgestellte Auflösungstest wurde auf alle Dimensionen der Bilderserie (drei räumliche, eine zeitliche) angewendet. Dazu wurden aufgrund der relativ langen Rekonstruktionszeit 70 zufällig im Bereich des Herzens ausgewählte Pixel beispielhaft untersucht.

## 6.3 Ergebnisse

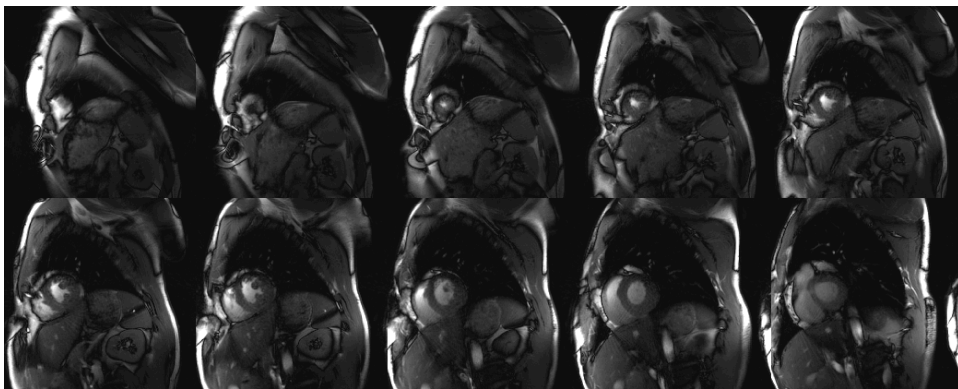
### 6.3.1 Simulation

Die Ergebnisse der Simulation anhand des vollständig akquirierten *Pseudo*-3D-Datensatzes (siehe Abb. 6.2) sind in Abb. 6.6 zu sehen. Die CS-Rekonstruktion resultiert trotz der hohen Beschleunigung von  $R = 10,9$  generell in einer sehr guten Bildqualität. Die

Aufnahmen unterscheiden sich nur geringfügig vom vollen Datensatz. Ausgehend vom rechten Ventrikel verbleiben leichte Streifenartefakte, endo- und epikardiale Abgrenzung sowie Papillarmuskel sind jedoch über die gesamte Serie hinweg scharf abgebildet. Es sind ferner keine Blurring-Artefakte erkennbar.



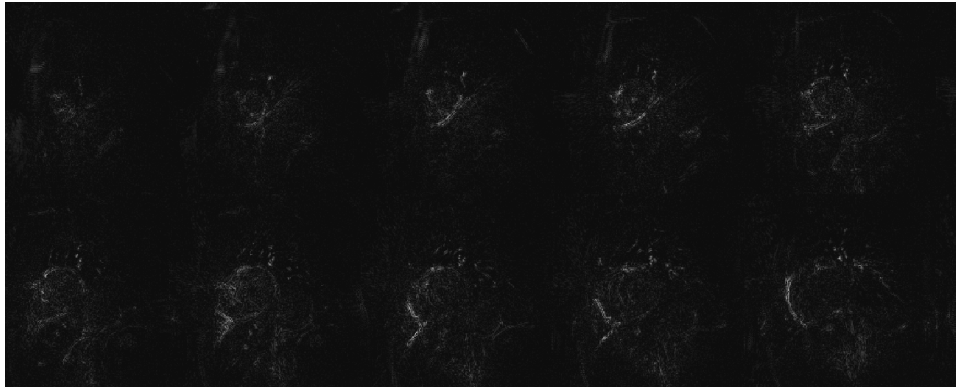
(a) Cine der Herzfunktion. „Stack-of-Stars“-Trajektorie mit anschließender CS-Rekonstruktion. Enddiastolische Herzphase.



(b) Cine der Herzfunktion. „Stack-of-Stars“-Trajektorie mit anschließender CS-Rekonstruktion. Endsystolische Herzphase.

**Abbildung 6.6:** Simulation anhand der retrospektiv unterabgetasteten Daten ( $R = 10,9$ ) aus Abb. 6.2. Die CS-Rekonstruktionen zeigen eine im Vergleich zum vollständigen Datensatz kaum reduzierte Bildqualität. Allenfalls ausgehend von der Herzspitze sind noch leichte Streifenartefakte zu erkennen.

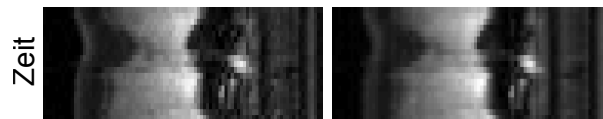
In Abb. 6.7 ist die Differenz der CS-rekonstruierten Serie zum vollen Datensatz in der endsystolischen Herzphase dargestellt. Die Bilder wurden mit einem Faktor von zehn in der Amplitude verstärkt, um Unterschiede deutlicher erkennen zu können. Die sehr geringen Fehler sind vor allem in der Begrenzung des rechten Ventrikels und des Septums zu sehen. Ein Fehler geringerer Amplitude ist diffus über die beiden Blutpools verteilt. Abbildung 6.8 zeigt einen Vergleich der zeitlichen Verläufe einer mittventrikulären Partition für die vollständige Akquisition und die CS-Rekonstruktion. Während keine Anzeichen für ein zeitliches Blurring erkennbar sind, ist in dieser Darstellung ein leichter



**Abbildung 6.7:** Fehlerbilder für die endsystolische Herzphase. Es wurde das rekonstruierte Bild (Abb. 6.6(b)) vom vollständig abgetasteten Bild (Abb. 6.2(b)) subtrahiert und in zehnfacher Vergrößerung dargestellt.

Auflösungsverlust in der räumlichen Dimension zu sehen.

Der Auflösungstest der 70 beispielhaft gewählten Positionen resultierte in einer räumlichen Auflösung von  $1,36 \pm 0,18$  in der Partition sowie  $1,00 \pm 0,00$  in  $z$ -Richtung. Die zeitliche Auflösung betrug  $1,01 \pm 0,04$ . Mittels einer Simulation mit doppelter Störung wurde die Linearität der durchgeführten Näherung bestätigt.

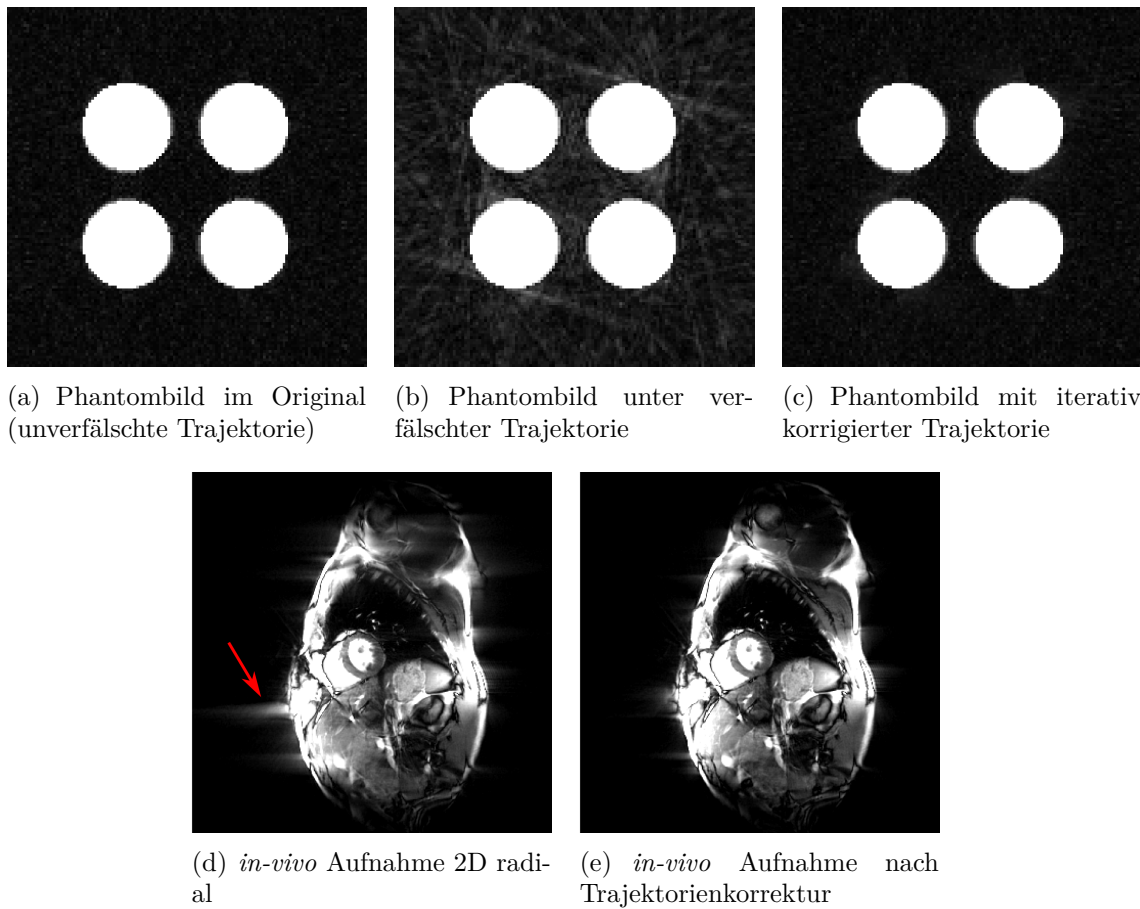


**Abbildung 6.8:** Vergleich der zeitlichen Verläufe für die vollständig akquirierte (links) und die beschleunigte Aufnahme (rechts). Die betrachteten Pixel sind in Abb. 6.2 rot markiert. Der Vergleich lässt nicht auf ein zeitliches Blurring der Bilderserie schließen. Die Dynamik wurde nahezu perfekt rekonstruiert.

### 6.3.2 Trajektorienkorrektur

In Abb. 6.9 ist das Ergebnis der Simulation zur Validierung der Trajektorienkorrektur zu sehen. Durch Anwendung des iterativen Korrekturalgorithmus konnten die Streifenartefakte in der Phantomabbildung weitestgehend entfernt werden (siehe Abb. 6.9(c)). Es ist kaum ein Unterschied zwischen der Rekonstruktion der Originaldaten und der trajektorien-korrigierten Daten zu erkennen. Auch die Bildqualität der radialen Herzaufnahme konnte durch die Trajektorienkorrektur deutlich verbessert werden (siehe Abb. 6.9(e)).





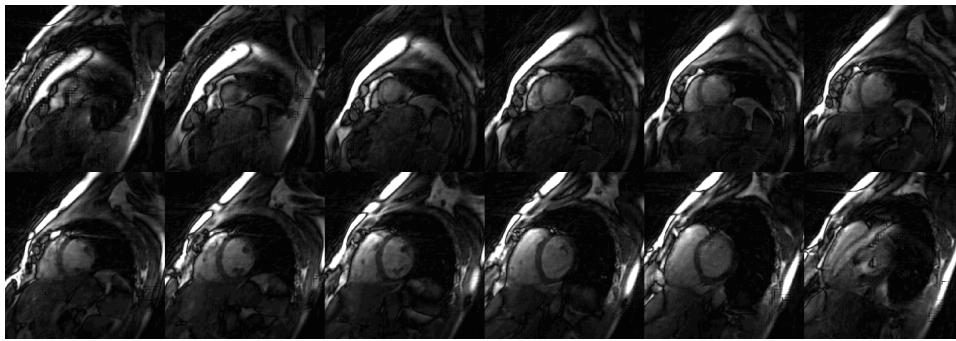
**Abbildung 6.9:** Ergebnis der Trajektorienkorrektur. Die durch die korrumpierten Trajektorien eingeführten Streifenartefakte (b) konnten weitestgehend entfernt werden (c). Auch die Artefakte der *in-vivo*-Aufnahme wurden deutlich reduziert.

### 6.3.3 3D-Herzfunktion in einem Atemstillstand

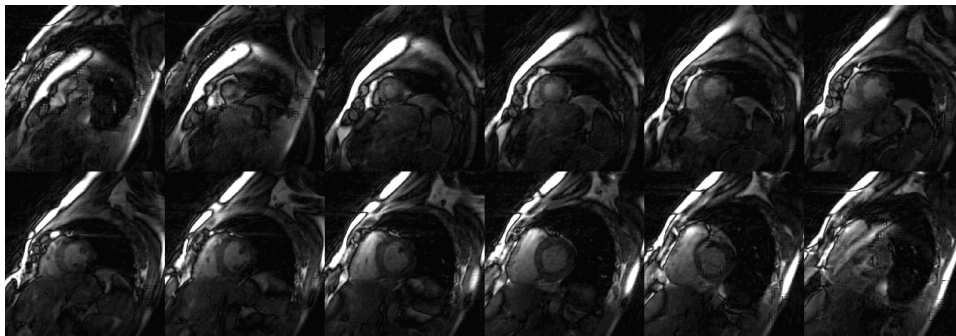
Die Rekonstruktion der trajektorien-korrigierten 3D-Cine-Akquisition in einem Atemstillstand ( $R = 10,7$ ) ist in Abb. 6.10 zu sehen. Der relevante Bereich des Herzens ist über sämtliche Herzphasen hinweg mit hoher Bildqualität abgebildet. Gewebegrenzen sind auch bei der beschleunigten Aufnahme deutlich und scharf abgrenzbar. Weiterhin sind keine Blurring-Artefakte zu erkennen.

Die Bilder sind in Bezug auf die Simulationsergebnisse etwas stärker mit Streifenartefakten überlagert. Des Weiteren regt der verwendete 3D-Puls ein Schichtprofil an, das die üblichen Einfaltungen in äußeren Partitionen zur Folge hat.

Die vollständige Nachverarbeitung der Messdaten benötigte 20 min auf einem Intel Core i7 @ 3,4 GHz mit 16 GB RAM.



(a) Cine der Herzfunktion. „Stack-of-Stars“-Trajektorie mit anschließender CS-Rekonstruktion. Enddiastolische Herzphase.



(b) Cine der Herzfunktion. „Stack-of-Stars“-Trajektorie mit anschließender CS-Rekonstruktion. Endsystolische Herzphase.

**Abbildung 6.10:** 3D-Herzfunktionsmessung in einem Atemstopp mit einem Beschleunigungsfaktor  $R = 10,7$ .

## 6.4 Diskussion

In diesem Teil der Arbeit wurde eine neuartige Methode präsentiert, welche die funktionelle 3D-Bildgebung des Herzens in einem einzigen Atemstillstand ermöglicht. Die Verwendung eines „Stack-of-Stars“-Abtastmusters sowie einer Bildrekonstruktion mittels CS ermöglichte Beschleunigungsfaktoren größer als zehn. Die Bildqualität war dabei mit der in der derzeitigen Standardmethode erreichten Bildqualität vergleichbar. Die Technik ermöglicht dadurch Zeiteinsparungen, die sowohl den Patientenkomfort als auch den Patientendurchsatz und damit die Kosteneffizienz der Untersuchung erhöhen.

Die durchgeführte Simulation verifiziert die Funktionalität der entwickelten Rekonstruktionstechnik. Der Algorithmus war in der Lage, die aus der Unterabtastung resultierenden Artefakte weitestgehend zu entfernen, so dass das Rekonstruktionsergebnis visuell kaum vom Original zu unterscheiden war. Dies wurde durch die berechneten Differenzbilder bestätigt, die den sehr kleinen Unterschied nur unter zehnfacher Vergrößerung sichtbar machten. Die Lokalisierung der Fehler an der Umrandung des Herzmuskels war zu erwarten, da an diesen Stellen Information über die Dynamik rekonstruiert wird. Der Fehler zeigte sich in allen Herzphasen mit einer vergleichbaren Charakteristik.

Die Auftragung der Dynamik des Herzschlages (siehe Abb. 6.8) bestätigte, dass das ge-

wählte Modell zur Sparsifizierung keinen negativen Einfluss auf die Rekonstruktionstreue im zeitlichen Verlauf hatte. Es waren keine zeitlichen Auflösungsverluste bezüglich des vollständig abgetasteten Datensatzes zu erkennen.

Diese Beobachtung wurde durch den Auflösungstest auf Basis der pixelweisen Störungen verifiziert. Die LTPSFs zeigten keine signifikante Verbreiterung des Hauptmaximums. In den drei räumlichen Dimensionen waren lediglich innerhalb der Partition leichte Auflösungsverluste zu verzeichnen. Dabei ist zu beachten, dass die Auflösung auf die eines nach dem Nyquist-Kriterium abgetasteten, kartesischen Gitters bezogen wurde. Ein vollständig abgetastetes radiales 2D-Muster hat demnach bereits eine Vergrößerung in  $w$  von 18% zur Folge. Nur ein Auflösungsverlust darüber hinaus muss als Rekonstruktionsfehler bewertet werden. Dieser ist jedoch mit einem Wert von 15% akzeptabel.

Trotz der hohen Beschleunigung ( $R \approx 10$ ) ermöglichte die Technik auch in der *in-vivo*-Aufnahme eine gute Bildqualität. Streifenartefakte konnten nicht restlos entfernt werden, sollten die Bestimmung funktioneller Parameter aber nicht beeinträchtigen. Die Einfaltung von Fettgewebe, speziell in äußeren Schichten, ist eine Konsequenz schneller und daher inexakter Anregungspulse. Sie betrifft jedoch hauptsächlich Areale, die nicht das Herz enthalten. Hier könnte eine dichtegewichtete Kodierung in  $z$ -Richtung, wie bereits in [43] für eine 3D-Technik vorgeschlagen, Abhilfe schaffen. Die Dynamik wurde global gut erfasst und auch die scharf abgebildeten endokardialen Grenzen qualifizieren die Aufnahme für eine Bestimmung der funktionellen Parameter.

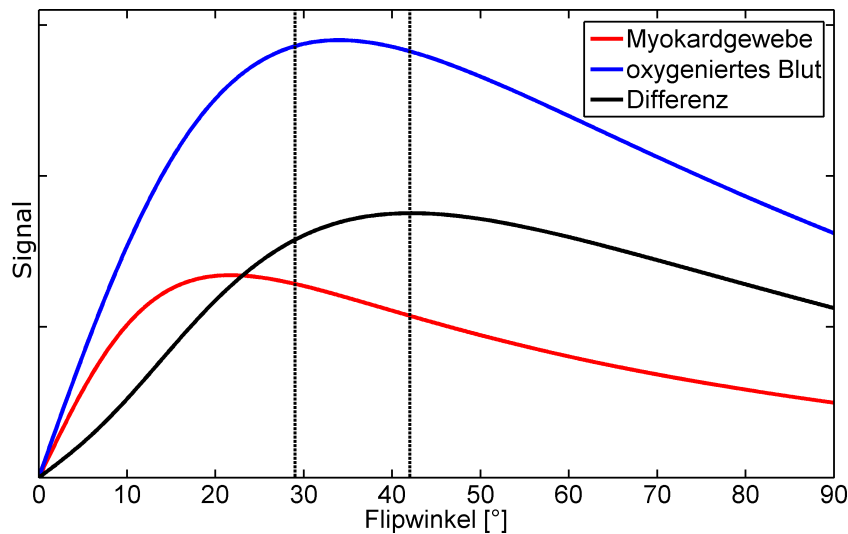
Die vorgestellte Trajektorienkorrektur zeigte bei der nachträglichen Beseitigung von Trajektorienfehlern eine hervorragende Funktionalität. Sowohl in der Simulation auf Basis eines numerischen Phantoms als auch im *in-vivo*-Beispiel konnten Artefakte deutlich reduziert werden. Die Methode wurde aufgrund dieser Ergebnisse auch für die Korrektur der „Stack-of-Stars“-Trajektorie angewendet.

Die Verwendung einer Spulenkombination bzw. Dekombination vor und nach Anwenden des Schwellwertes erhöht das SNR signifikant und erwies sich als vorteilhaft für eine robuste CS-Rekonstruktion [35]. Die Zusatzinformation, die durch die Verwendung mehrerer Spulen gewonnen wird, wurde dadurch zumindest teilweise ausgenutzt. Es wäre jedoch durchaus denkbar, zusätzlich zur CS-Beschleunigung in der regelmäßig abgetasteten Partitionsrichtung  $z$  eine Beschleunigung mittels PI zu verwenden.

Die räumliche Auflösung der *in-vivo*-Aufnahme war mit einer Voxelgröße von 2,1 mm x 2,1 mm x 8 mm etwas unterhalb der im Goldstandard üblicherweise erreichten Auflösung. Es wurde jedoch bereits früher gezeigt, dass eine Auflösung in dieser Größenordnung die Bestimmung funktioneller Herzparameter mit ausreichender Genauigkeit erlaubt [6]. Die Aufnahme kann darüber hinaus ohne Weiteres auf zwei Atemstopps verteilt werden. Dies stellt immer noch eine hohe Beschleunigung der Untersuchung dar, eröffnet jedoch mehr Spielraum bei der Wahl der Messparameter.

Bei der durchgeführten Aufnahme musste ein selbst für bSSFP-Sequenzen relativ kleiner Flipwinkel von 29° verwendet werden, um das SAR-Limit (engl. *Specific Absorption Rate*) nicht zu überschreiten. Abbildung 6.11 zeigt die Abhängigkeit des Kontrasts zwischen Myokardgewebe und Blut für Flipwinkel zwischen 0° und 90°. Ein Maximum wird bei 42° erreicht, die verwendeten 29° führen zu einer akzeptablen Herabsetzung des Muskel/Blut-Kontrasts um ca. 10%.

Eine bereits früher publizierte Methode stellt ebenfalls eine 3D-Unterabtastung mit an-



**Abbildung 6.11:** Signal der bSSFP Sequenz bei 3T für oxygeniertes Blut (blau) und Myokardgewebe (rot) in Abhängigkeit des Flipwinkels. Der schwarze Verlauf zeigt die Differenz der beiden Kurven und damit den für die funktionelle Herzbildgebung wichtigen Kontrast. Die Parameter wurden nach [94] folgendermaßen gewählt: Blut:  $T_1=1512\text{ms}$ ,  $T_2=141\text{ms}$ , Spindichte=0,95. Myokard:  $T_1=1115\text{ms}$ ,  $T_2=41\text{ms}$ , Spindichte=0,7. Die gestrichelten Linien zeigen den verwendeten Flipwinkel von  $29^\circ$  sowie den Winkel des maximalen Kontrasts bei  $42^\circ$ .

schließender CS-Rekonstruktion vor [75]. Allerdings verwendet die Methode einen Atemnavigator und benötigt für die gesamte Akquisition in etwa fünf Minuten. Das Hauptaugenmerk liegt dabei auf einer Implementierung der zeitaufwendigen Rekonstruktion auf einem Grafikprozessor (engl. *Graphics Processing Unit*, GPU). Eine Zusammenfassung der Spulen für die CS-Rekonstruktion, wie in diesem Kapitel vorgeschlagen, in Verbindung mit einer GPU-Realisierung hat das Potential, eine Bildrekonstruktion direkt am Tomographen zu ermöglichen.

Andere Arbeiten zur Realisierung einer 3D-Akquisition der Herzfunktion machten von der Aufnahme eines zusätzlichen Trainingsdatensatzes Gebrauch (z.B. [56]). Während dies zusätzliche Messzeit beansprucht und aufgrund eventueller Patientenbewegung nicht gewährleistet ist, dass die Cine-Daten konsistent zu den Trainingsdaten sind, kommt die hier vorgestellte Methode hingegen vollständig ohne zusätzliche Akquisitionen aus.

## 6.5 Zusammenfassung

Es wurde eine Bildgebungstechnik für die Reduzierung der Aufnahmezeit in der MRT-Herzfunktionsdiagnostik entwickelt. Statt der bisher üblichen aufeinanderfolgenden Akquisition von 2D-Schichten im Kurzachsenschnitt verwendete die Methode eine Anregung

des gesamten Herzvolumens in einer einzigen Aufnahme. Der k-Raum wurde durch eine „Stack-of-Stars“-Trajektorie effektiv unterabgetastet. Fehlende Daten wurden anschließend unter Einsatz einer Bildrekonstruktion auf Basis der CS-Theorie bestimmt. Statt der bisher notwendigen 10-15 Atemstopps des Patienten ist mit Hilfe der neuen Technik eine analoge Bestimmung der Herzfunktion bei im Wesentlichen gleichem SNR in nur einem Atemstopp möglich. Dies stellt eine erhebliche Verbesserung des Patientenkomforts sowie eine deutliche Zeitersparnis dar.

## 7 Zusammenfassung

Die MRT des Herzens wird aufgrund hoher Reproduzierbarkeit und geringer Variabilität als Referenzstandard für die Bestimmung der kardialen Funktion betrachtet [87]. Auch in der präklinischen Forschung bietet die MRT eine ausgezeichnete Charakterisierung der kardialen Funktion [91] und ermöglicht eine exzellente Analyse modellierter Krankheitsbilder.

In beiden Fällen besteht jedoch weiterhin Optimierungsbedarf. Die klinische Herz-MRT stellt ein aufwendiges Verfahren mit relativ langer Messzeit dar und ist dadurch mit hohen Untersuchungskosten verbunden. In der präklinischen Kleintierbildgebung müssen zum Erreichen der notwendigen höheren Orts- und Zeitauflösung ebenfalls lange Aufnahmezeiten in Kauf genommen werden. Um die kardiale MRT dort routinemäßig in großen Studienkollektiven anwenden zu können, ist eine schnellere Bildgebung essentiell.

Neben einer Verbesserung der Tomographen-Hardware und der Optimierung von Bildgebungssequenzen standen im letzten Jahrzehnt vermehrt informationstheoretische Ansätze zur Beschleunigung der MR-Datenakquisition im Fokus der Entwicklung. Während zu Beginn des Jahrtausends die Parallele Bildgebung (PI, [82, 40]) einen Forschungsschwerpunkt repräsentierte, spielte sich in den letzten fünf Jahren vermehrt die von Donoho und Candès eingeführte Compressed Sensing (CS) Theorie [29, 14] in den Vordergrund. Diese ermöglicht eine Signalrekonstruktion aus unvollständig gemessenen Koeffizienten einer linearen Messung (z.B. Fourierrmessung) unter Ausnutzung der Sparsität des Signals in einer beliebigen Transformationsbasis. Da sich die MRT hervorragend für den Einsatz von CS eignet, wurde die Technik in der Forschung bereits vielfach angewendet [68, 9, 37, 36].

Die zur Rekonstruktion unterabgetasteter Aufnahmen nötigen CS-Algorithmen haben jedoch eine signifikante Veränderung des Bildgebungsprozesses der MRT zur Folge. Konnte dieser zuvor in guter Näherung als linear und stationär betrachtet werden, so repräsentiert die CS-Rekonstruktion eine nichtlineare und nichtstationäre Transformation. Objektinformation wird nicht mehr ortsunabhängig und proportional zur Intensität in die Abbildung transportiert. Das Bild ist viel mehr das Ergebnis eines Optimierungsprozesses, der sowohl die Konsistenz gegenüber der unterabgetasteten Messung als auch die Sparsität des Signals maximiert.

Der erste Teil dieser Dissertation beschreibt eine Methode, die eine objektive Einschätzung der Bildqualität CS-rekonstruierter MR-Bilder ermöglicht. Die CS-Beschleunigung verspricht eine Verkürzung der Messzeit ohne Verlust an Bildqualität, wobei letztere bisher größtenteils qualitativ bzw. quantitativ nur unzureichend beurteilt wurde. Konnte der Bildgebungsprozess der klassischen MRT (linear und stationär) durch die Bestimmung einer Punktspreizfunktion (PSF) robust und effektiv validiert und optimiert werden, erlauben die CS-Algorithmen aufgrund ihres nichtlinearen und nichtstationären

---

Verhaltens ohne Weiteres keine äquivalente Analyse. Um dennoch eine entsprechende Evaluierung des CS-Bildgebungsprozesses zu ermöglichen, wurde die Anwendung einer lokalen Punktspreizfunktion (LPSF, [115, 31]) für den in der Folge verwendeten *Iterative Soft Thresholding* Algorithmus (IST, [105]) untersucht. Die LPSF berücksichtigt die Ortsabhängigkeit der CS-Rekonstruktion und muss daher für jeden Ort (Pixel) eines Bildes bestimmt werden. Darüber hinaus wurde die LPSF im linearen Bereich der CS-Transformation ermittelt. Dazu wurde das zu bewertende Bild nach Anwenden einer kleinen lokalen Störung rekonstruiert.

Die Breite des Hauptmaximums der LPSF wurde schließlich verwendet, um ortsauflöste Auflösungsstudien durchzuführen. Es wurde sowohl der Einfluss typischer Unterabtastschemas für CS als auch der Einsatz diskreter Gradienten zur Sparsifizierung eines Phantombildes untersucht. Anschließend wurde die Prozedur zur Bestimmung der räumlichen und zeitlichen Auflösung in der Herzbildgebung getestet. In allen Beispielen ermöglichte das vorgeschlagene Verfahren eine solide und objektive Analyse der Bildauflösung CS-rekonstruierter Aufnahmen. Wurde zuvor meist ausschließlich auf Vergleiche mit einer vollständig abgetasteten Referenz zur Qualitätsbeurteilung zurückgegriffen, so stellt die vorgestellte Auflösungsbestimmung einen Schritt in Richtung einer standardisierten Bildanalyse bei der Verwendung der Beschleunigung mittels CS dar.

Die Analyse der Abtastmuster zeigte, dass auch bei der Anwendung von CS die Berücksichtigung der nominell höchsten Frequenzen ( $k_{max}$ ) unerlässlich ist. Frühere Publikationen schlagen Abtastfolgen mit einer teils starken Gewichtung der Messpunkte zum k-Raum-Zentrum hin vor [19, 98]. Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit relativieren ein derartiges Vorgehen, da zumindest bei den durchgeführten Untersuchungen ein Auflösungsverlust bei analoger Vorgehensweise zu verzeichnen war.

Ebenso zeigten sich dynamische Aufnahmen, die unter Verwendung des x-f-Raums<sup>1</sup> als sparse Basis rekonstruiert wurden, durchaus anfällig für zeitliches Blurring. Dieses resultiert aus der Unterdrückung hoher zeitlicher Frequenzen und konnte durch die ortsauflösten Auflösungskarten sichtbar gemacht werden.

Neben der Auflösung ist für eine umfassende Analyse der Bildqualität auch die Untersuchung potentieller Aliasing-Artefakte sowie des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses (SNR) notwendig. Während Aliasing mit Hilfe der Einträge der LPSF außerhalb des Hauptmaximums untersucht werden kann, wurde in Kap. 5 eine Modifikation der Multi-Replika-Methode von Robson et al. [84] zur Rauschanalyse bei Verwendung nichtlinearer Algorithmen vorgestellt. Unter Einbeziehung aller genannten Qualitätsparameter ist eine robuste Bewertung der Bildqualität auch bei einer Verwendung von CS möglich. Die differenzierte Evaluierung ebnet den Weg hin zu einem objektiven Vergleich neuer Entwicklungen mit bisherigen Standard-Techniken und kann dadurch den Einzug von CS in die klinische Anwendung vorantreiben.

Nach den theoretischen Betrachtungen der Bildqualität behandelt die Dissertation die erstmalige Anwendung von CS zur Beschleunigung der funktionellen Herzdiagnostik in der präklinischen MR-Kleintierbildgebung. Diese Studien wurden in Zusammenarbeit

---

<sup>1</sup>Es wurde sowohl eine Bilderserie zur funktionellen als auch der Perfusionsbildgebung am Herzens mittels CS rekonstruiert und mit der LPSF-Methode untersucht. Zur Sparsifizierung der Bilderserie wurde eine Fouriertransformation in Zeitrichtung vorgenommen.

mit der *British Heart Foundation Experimental Magnetic Resonance Unit (BMRU)* der *University of Oxford* durchgeführt. Die Algorithmen für eine Beschleunigung mittels der CS-Theorie wurden anhand der dort am 9,4T Tomographen gemessenen (unterabgetasteten) Datensätze entwickelt und optimiert.

Zunächst wurde eine Beschleunigung ausschließlich mittels CS untersucht. Dazu wurde die segmentierte, EKG- und Atemgetriggerte kartesische Cine-Aufnahme in Phasenkodierrichtung unterabgetastet und mittels CS rekonstruiert. Die sparse Darstellung wurde durch Ermitteln zeitlicher Differenzbilder für jede Herzphase erhalten. Durch Variation der Abtastmuster in der zeitlichen Dimension konnte ein vollständig abgetastetes zeitliches Mittelbild bestimmt werden, das anschließend von jedem einzelnen Herzphasenbild subtrahiert wurde. In einer Validierungsphase wurden an der Maus vollständig aufgenommene Cine-Akquisitionen retrospektiv unterabgetastet, um die maximal mögliche Beschleunigung mittels CS zu ermitteln. Es wurden u.a. funktionelle Herz-Parameter für jede Gruppe des jeweiligen Beschleunigungsfaktors bestimmt und mittels einer statistischen Analyse verglichen. Die Gesamtheit aller Ergebnisse zeigte die Möglichkeit einer dreifachen Beschleunigung ohne eine Degradierung der Genauigkeit der Methode auf. Die ermittelte Maximalbeschleunigung wurde in einer unterabgetastet gemessenen Bilderserie mit anschließender CS-Rekonstruktion validiert. Die Abtastschemata wurden dazu mit Hilfe der Transformations-Punktspreizfunktion (TPSF, [68]) weiter optimiert.

In einer Erweiterung der Studie wurde zum Zweck einer noch höheren Beschleunigung die CS-Technik mit der PI kombiniert. Erneut fand eine Unterabtastung der Phasenkodierrichtung einer kartesischen Trajektorie statt. Die Messungen erfolgten mit einer 8-Kanal-Mäusespule an einem 9,4T Tomographen. Um das Potential beider Beschleunigungstechniken auszunutzen, wurden die Methoden CS und PI in serieller Weise implementiert. Für die PI-Beschleunigung wurde der vollständig abgetastete k-Raum zunächst gleichmäßig unterabgetastet. Auf dem resultierenden Untergitter wurde zusätzlich eine Unterabtastung nach Pseudo-Zufallszahlen durchgeführt, um eine Beschleunigung mittels CS zu ermöglichen. Die entwickelte Rekonstruktion erfolgte ebenfalls seriell. Zunächst wurde mittels CS das äquidistante Untergitter rekonstruiert, um anschließend mittels GRAPPA die noch fehlenden Daten zu berechnen. Um eine zusätzliche Messung zur Kalibrierung der GRAPPA-Faktoren zu umgehen, wurde das äquidistant unterabgetastete Untergitter von Herzphase zu Herzphase um je einen Phasenkodierschritt weitergeschoben. Dieses Vorgehen erlaubt die Ermittlung eines vollständig abgetasteten k-Raums mit einer geringeren zeitlichen Auflösung [12], der die notwendige Bestimmung der Wichtungsfaktoren ermöglicht. Folgende Kombinationen von Beschleunigungsfaktoren wurden mittels retrospektiver Unterabtastung eines vollständig aufgenommenen Datensatzes untersucht:  $R_{CS} \times R_{PI}=2 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 2$  und  $3 \times 3$ .

Die Analyse des Bildrauschens, des systematischen Fehlers und der Auflösung führte zu dem Schluss, dass eine sechsfache Beschleunigung mit Hilfe der hybriden Rekonstruktionstechnik möglich ist. Während mit steigender CS-Beschleunigung der systematische Fehler leicht anstieg, führte ein höherer PI-Beschleunigungsfaktor zu einer leichten Verstärkung des statistischen Fehlers. Der statistische Fehler zeigte jedoch ebenfalls eine Verringerung bei steigender Beschleunigung mittels CS. Die Fehler waren allerdings stets auf einem Niveau, das durchaus auch Beschleunigungen bis  $R_{CS} \times R_{PI}=3 \times 3$  zulässt. Die LPSF-Analyse zeigte einen Verlust der räumlichen Auflösung von ca. 50 % bei  $R=6$  sowie



---

einen mittleren Verlust von 64 % bei  $R=9$ . Offensichtlich ging die ebenfalls beobachtete Minimierung des Bildrauschens durch den CS-Algorithmus im Falle der relativ stark verrauschten Kleintieraufnahmen zu Lasten der Bildauflösung. Die mit zunehmender Beschleunigung stärker geblurrten Grenzen zwischen Blutpool und Myokardgewebe erschweren die Segmentierung und stellen eine mögliche Fehlerquelle dar. Unter Beachtung aller Ergebnisse ist eine sechsfache Beschleunigung ( $R_{CS} \times R_{PI}=2 \times 3, 3 \times 2$ ) vertretbar. Die Hinzunahme der PI ermöglicht somit im Vergleich zur alleinigen Verwendung von CS eine weitere Beschleunigung um einen Faktor von zwei.

Zusammenfassend ermöglicht der Einsatz von CS in der präklinischen funktionellen Herzbildgebung am Kleintier eine deutliche Reduktion der Messzeit. Bereits ohne Vorhandensein von Mehrkanalspulen kann die notwendige Datenmenge ohne signifikante Beeinflussung der Messergebnisse auf ein Drittel reduziert werden. Ist der Einsatz von Spulenarrays möglich, kann die mit PI mögliche dreifache Beschleunigung [91, 92] um einen weiteren Faktor zwei mittels CS auf  $R=6$  erweitert werden. Dementsprechend kann CS einen wesentlichen Beitrag dazu leisten, dass das Potential Herz-MRT am Kleintier in großen Studienkollektiven effektiver abgerufen werden kann.

Im letzten Teil der Arbeit wurde eine Technik für die funktionelle klinische MR-Herzbildgebung entwickelt. Hier wurde eine Beschleunigung mittels CS verwendet, um die Aufnahme des gesamten Herzens innerhalb eines Atemstillstandes des Patienten zu ermöglichen. Bei der derzeitigen Standardmethode werden üblicherweise 10-15 2D-Schichten des Herzens akquiriert, wobei jede einzelne Aufnahme einen Atemstillstand des Patienten erfordert. Für die notwendige Beschleunigung wurde eine unterabgetastete 3D-Trajektorie verwendet. Durch Phasenkodierung einer Richtung sowie radiale Projektionen in den beiden anderen Dimensionen konnte eine effiziente Aufnahme unterhalb des Nyquist-Kriteriums erreicht werden. Die Sparsifizierung erfolgte, wie bereits in der beschriebenen präklinischen Anwendung, durch die Subtraktion eines zeitlichen Mittelbildes.

In einer Simulation anhand eines retrospektiv unterabgetasteten Datensatzes<sup>2</sup> konnte die theoretische Funktionalität der Rekonstruktionstechnik bei einer Beschleunigung bezüglich der Nyquist-Abtastung von  $R \approx 10$  validiert werden. Die Unterschiede zum vollständig abgetasteten Datensatz waren vernachlässigbar klein, so dass die vorgeschlagene Abtastfolge am Tomographen implementiert wurde. Mit dieser Sequenz wurde anschließend eine funktionelle Bilderserie an einem gesunden Probanden mit vollständiger Herzabdeckung innerhalb eines Atemstopps aufgenommen. Fehlende Daten wurden analog zur Simulation mit Hilfe des vorgeschlagenen Algorithmus rekonstruiert. Im Vergleich zur Simulation ergaben sich aufgrund des Schichtprofils der 3D-Slab-Anregung zusätzliche Aliasing-Artefakte in den äußeren Partitionen. Die für radiale Aufnahmen typischen Streifenartefakte waren im rekonstruierten Bild, wenn auch mit sehr geringer Amplitude, noch erkennbar. Davon abgesehen wurde die Dynamik jedoch über das gesamte Herz hinweg gut dargestellt. Der hohe Kontrast zwischen Myokard und Blutpool bescheinigt den Bildern eine hervorragende Eignung für die Bestimmung funktioneller Herzparameter mittels einer Segmentierung.

Zusammengefasst erlaubt die entwickelte Methode aufgrund der drastischen Reduktion der notwendigen Atemstopps des Patienten einen deutlich erhöhten Patientenkomfort

---

<sup>2</sup>3T Tomograph

sowie einen schnelleren Durchsatz aufgrund der verkürzten Messzeit.

## 8 Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde bereits eine deutliche Ersparnis an Messzeit in der funktionellen Herzbildgebung am Kleintier mittels Unterabtastung einer Dimension, der Phasenkodierichtung, erzielt. Durch die Verwendung nichtkartesischer Trajektorien ist es möglich, eine effektive Unterabtastung einer 2D-Schichtaufnahme auch in zwei Dimensionen vorzunehmen. Die entstehenden Artefakte können dadurch gleichmäßiger auf das gesamte Bild verteilt werden, wodurch eine höhere Beschleunigung mittels CS ermöglicht wird. In Zusammenarbeit mit der *BMRU, University of Oxford* wurden erste Simulationen mit unterabgetasteten radialen Mustern und anschließender CS-Rekonstruktion durchgeführt. Das hohe Potential für eine weitere Messzeiterparnis konnte dabei bestätigt werden. Fernziel ist hier die Darstellung des Herzschlages in Echtzeit, d.h. ohne EKG- und Atemtriggerung.

In der klinischen Herzbildgebung wurde von den ersten Herzuntersuchungen an Tomographen mit einer Feldstärke von 7T berichtet [116]. Neben der damit verbundenen Verbesserung des SNRs kommt es jedoch auf der anderen Seite auch zu einer Verstärkung altbekannter Probleme. Die bei 7T erhöhten Magnetfeldinhomogenitäten stellen eine größere Herausforderung bei der Verwendung der für die Herzbildgebung bevorzugten bSSFP-Sequenzen dar. Außerdem tritt der schon bei 3T limitierende Faktor der Energiedeposition im Patienten (SAR) bei 7T noch deutlicher in den Vordergrund. Besonders letztgenanntes Problem beschränkt die Geschwindigkeit der Akquisition. Während Mehrkanalspulen für 7T-Systeme, die eine Beschleunigung mittels PI ermöglichten, Gegenstand aktueller Entwicklung sind, ist CS in der Lage, bereits mit der Standard-Hardware (Einzelspule) eine signifikante Verkürzung der Messzeit für die Herzbildgebung bei 7T zu erzielen.

Darüber hinaus eignet sich CS hervorragend für eine effizientere Darstellung des sogenannten Magnetisierungstransferkontrasts [117] bzw. des Amid-Protonen-Transfer-Kontrasts [119]. Diese molekularen Bildgebungstechniken ermöglichen beispielsweise die Darstellung von entzündlichem Gewebe, benötigen allerdings die Aufnahme eines „Spektrums“ von Bildern unter variierenden off-resonanten Anregungspulsen. Aufgrund der langen Aufnahmezeit wird die Methode bisher hauptsächlich in der Kopf-MRT eingesetzt. Die akquirierten Bilderserien zeichnen sich allerdings durch eine hohe Redundanz in der Frequenzdomäne aus, was eine Sparsifizierung der Daten ähnlich zur funktionellen Herzbildgebung ermöglicht. Eine dedizierte Anwendung von CS könnte die Messzeit deutlich verkürzen und damit eine entsprechende Verwendung des interessanten Kontrasts auch in der MR-Herzbildgebung ermöglichen.

## 9 Summary

Because of its high reproducibility and its low variability, magnetic resonance imaging (MRI) of the heart is considered the gold-standard for assessing the cardiac function [87]. In preclinical research, magnetic resonance imaging equally provides an accurate characterization of the cardiac function [91] and enables an excellent analysis of modeled diseases.

However, there is still a need for improvement in both applications. Clinical cardiac MRI represents a sophisticated procedure featuring long scan times. This renders the examination comparatively expensive. In preclinical imaging of small animals, long scan times have to be accepted to obtain the required high spatial and temporal resolution. Fast imaging is thus essential for an effective application of cardiac MRI in large collectives. Besides the improvement of the scanner hardware and the optimization of imaging sequences, research in the last decade concentrated on procedures to accelerate MR-data acquisition by exploiting information theory. While numerous publications were associated with parallel imaging (PI, [82, 40]) at the beginning of this millennium, the compressed sensing theory (CS, [29, 14]) recently gained more and more interest. The latter technique enables the reconstruction of signals from undersampled linear measurements (e.g. the Fourier basis) by exploiting the sparsity of the signal in any known transform domain. As MRI is perfectly qualified for an application of CS, a lot of publications already report on dedicated research [68, 9, 37, 36].

However, the algorithms needed for the reconstruction of undersampled data significantly alter the imaging process of MRI. Classical MRI could be assumed to be linear and stationary in a sufficiently good approximation. The introduction of CS into MRI means a change towards a non-linear and non-stationary transformation. Object information is no longer transferred into an image independently from its location and proportional to its intensity. The image is rather the result of an optimization process maximizing both the fidelity to measured data as well as the sparsity of the signal.

The first chapter of this thesis describes a method to objectively evaluate the image quality of MR images reconstructed by CS algorithms. The acceleration with CS promises a reduction of scan time while preserving the image quality. The latter, however, has only been assessed qualitatively or in an insufficient quantitative manner. While classical (linear and stationary) MRI could be validated robustly and effectively by determining a point spread function (PSF), CS algorithms prohibit a corresponding analysis in an analogous manner due to their non-linear and non-stationary behavior. Therefore, the application of a local point spread function (LPSF) was investigated for the iterative soft thresholding (IST,[105]) algorithm used in this thesis, to enable a comparative evaluation for imaging systems including CS. The LPSF considers the local dependency of the CS algorithm and thus has to be determined in every location (pixel) of an image. In

---

addition, the LPSF was defined in the linear part of the CS transformation. Small local perturbation on the image to be evaluated were reconstructed for this purpose.

The width of the main lobe of the LPSF was used to perform spatially resolved studies on the resolution. The influence of typical undersampling schemes for CS as well as the usage of a discrete gradient transform for a further sparsification were investigated. Subsequently, the procedure was used to assess the spatial and temporal resolution in cardiac MRI. For all CS reconstructions performed in this work, the method allowed a solid and objective analysis of the image resolution. While up to now, comparisons to a fully sampled reference are widely used for a quality assessment, the proposed resolution evaluation represents a step towards a standardized analysis of images obtained by exploiting CS acceleration.

The study on sampling schemes revealed, that also for CS accelerated acquisitions, the highest frequencies of the desired k-space have to be included. Former publications proposed undersampling patterns which partly featured a strong weight towards the center of k-space [19, 98]. The results of this thesis put these findings into perspective, as a loss in resolution has been observed for according approaches, at least for the simulations performed in this work.

The dynamic acquisitions which were reconstructed exploiting x-f-sparsity<sup>1</sup> proved to be prone to temporal blurring. This is substantiated by the suppression of high temporal frequencies and was analyzed by means of spatially resolved maps.

Besides the resolution, an investigation of potential aliasing artifacts as well as the signal-to-noise-ratio (SNR) is essential for a comprehensive quality evaluation. While aliasing may also be investigated by means of the entries of the LPSF outside the main lobe, a modification of the multi-replica method proposed by Robson et al. [84] was presented in chapter 5 to analyze the noise in CS reconstructed images. Taking into account all quality parameters, a robust evaluation of image quality is possible, even when CS is included in the imaging process. This allows a more objective comparison between new developments and present standard procedures and thus may aid the introduction of CS in clinical imaging.

After the theoretical analysis on image quality, the next part of this thesis reports on the first application of CS to accelerate functional cardiac MRI of small animals. The studies were performed in cooperation with the *British Heart Foundation Experimental Magnetic Resonance Unit (BMRU)* of the *University of Oxford*. The algorithms needed for the CS acceleration were developed and optimized by means of the data acquired by the *BMRU* at their 9,4 T scanner.

An acceleration solely based on CS was investigated first. For this purpose, an ECG- and respiratory gated Cartesian cine acquisition was undersampled in phase encoding direction and reconstructed using CS. The dynamic time series was sparsified by determining temporal difference images for every time frame. A fully sampled temporal average image was obtained by varying the sampling pattern in the temporal dimension. Subsequently, this average image was subtracted from the images of individual heart phases, yielding

---

<sup>1</sup>An image series of the cardiac function as well as a series of the perfusion were reconstructed using CS and investigated by the LPSF-method. A Fourier-transform in the temporal direction was performed in order to sparsify the series.

the sparse temporal difference images.

In the validation stage of the study, fully sampled cine acquisitions of mouse hearts were retrospectively undersampled in order to figure out the maximum possible CS acceleration. Cardiac functional parameters were determined for each group of a certain undersampling factor and compared by a statistical analysis. It was shown that a three-fold acceleration is possible without any degradation in the accuracy of the method. This undersampling factor was then validated in an accelerated measurement with a subsequent CS reconstruction. For this purpose, the sampling patterns were further optimized using the transform point spread function (TPSF, [68]).

In the subsequent chapter, the CS theory was combined with PI to further increase the acceleration. Again, the phase encoding direction of a Cartesian trajectory was under-sampled. The acquisitions were performed using a 9,4 T scanner equipped with an 8 channel mouse coil. In order to exploit the potential of both techniques, CS and PI were combined in a serial manner. First, the k-space was equidistantly undersampled to enable the application of PI. An additional undersampling according to pseudo random numbers was then performed on the resulting sub-grid to allow an acceleration by CS. In consequence, the reconstruction was performed in a serial manner, too. CS was first applied to reconstruct the equidistantly undersampled sub-grid. GRAPPA was used subsequently to compute the still missing data. The equidistantly undersampled sub-grid was shifted from heart phase to heart phase in order to obtain a fully sampled low temporal resolution k-space for a calibration of the GRAPPA-weights [12]. This procedure spares the acquisition time of a separate calibration scan. The following combinations were investigated by retrospectively undersampling a fully sampled cine dataset:  $R_{CS} \times R_{PI}=2 \times 2$ ,  $2 \times 3$ ,  $3 \times 2$  and  $3 \times 3$ .

The analysis of the noise behavior, the systematic error and the resolution leads to the conclusion that a six-fold acceleration is possible using the proposed hybrid technique. While an increasing factor of the CS acceleration resulted in a slightly larger systematic error, a higher PI acceleration factor led to a slight noise enhancement. However, noise was suppressed for increasing CS acceleration at the same time. In summary, the deviations were at a level which allowed accelerations of up to  $R_{CS} \times R_{PI}=3 \times 3$ .

The determination of LPSFs showed a loss in spatial resolution of approximately 50% for a six-fold and up to 64% for nine-fold acceleration. Obviously, the observed suppression of noise was paid by a reduced image resolution for the comparatively noisy acquisitions in small animals. The increased blurring at the endocardial border impedes the segmentation and represents a possible source of error. Taking into consideration all results, a six-fold acceleration ( $R_{CS} \times R_{PI}=2 \times 3$ ,  $3 \times 2$ ) seems reasonable. The additional usage of PI thus enables a further acceleration by a factor of 2 in comparison to an exclusive application of CS.

In summary, CS enables a distinct reduction of scan time in preclinical functional cardiac MRI of small animals. Even if no phased-array-coils are available, the necessary amount of data can be reduced to one third without impairing the accuracy of left-ventricular volumes and mass measurements. For acquisitions performed with phased-array-coils, the three-fold acceleration by PI [91, 92] can be extended by an additional two-fold CS acceleration to a joint factor of  $R=6$ . Therefore, CS may contribute to an effective application of cardiac MRI in small animals for large collectives.

---

In the last part of the thesis, a modality for clinical functional MRI of the heart was developed. CS was used to enable the acquisition of the whole heart in a single breath-hold of the patient. The current method of choice usually acquires 10-15 2D-slices of the heart, while each measurement requires a separate breath-hold. An undersampled 3D-trajectory was used to reach the necessary acceleration. Phase-encoding in one direction and radial projections in the two remaining ones allowed for an effective acquisition below the Nyquist-criterion. The sparsification of the image series was achieved by subtracting a temporal average image as performed for the preclinical studies.

The functionality of the reconstruction technique at an acceleration factor of  $R \approx 10$  was validated in a simulation based on a retrospectively undersampled dataset<sup>2</sup>. The differences between the CS reconstructed and the fully sampled dataset were negligible and thus, the proposed trajectory was implemented at the scanner. An image series depicting the cardiac function with coverage of the full heart was acquired in a single breath-hold of a healthy volunteer using this sequence. Data not covered by the trajectory were reconstructed by the algorithm developed in the validation stage. Due to the slice profile of the fast excitation pulses, additional aliasing artifacts were present in the outer partitions with respect to the images obtained in the simulation. Streaking artifacts of a low intensity were still visible. Apart from that, the dynamics of the heart were excellently captured. The high contrast between the blood pool and the myocardium perfectly qualifies the images for the assessment of cardiac functional parameters.

Therefore, the method allows for a higher patient comfort and throughput compared to the gold standard by drastically reducing the amount of necessary breath-holds to a single one.

---

<sup>2</sup>3T scanner

# A Literaturverzeichnis

- [1] AJRAOUI, S. ; LEE, K. J. ; DEPPE, M. H. ; PARNELL, S. R. ; PARRA-ROBLES, J. ; WILD, J. M.: Compressed sensing in hyperpolarized  $^3\text{He}$  Lung MRI. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 63 (2010), Nr. 4, 1059–1069. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.22302>. – DOI 10.1002/mrm.22302. – ISSN 1522–2594
- [2] BABU, P. ; PELCKMANS, K. ; STOICA, P. ; LI, J. : Linear Systems, Sparse Solutions, and Sudoku. In: *Signal Processing Letters, IEEE* 17 (2010), Nr. 1, S. 40–42. <http://dx.doi.org/10.1109/LSP.2009.2032489>. – DOI 10.1109/LSP.2009.2032489. – ISSN 1070–9908
- [3] BALABAN, R. S. ; HAMPSHIRE, V. A.: Challenges in Small Animal Noninvasive Imaging. In: *Institute for Laboratory Animal Research Journal* 42 (2001), Nr. 3, 248–263. [http://dels-old.nas.edu/ilar\\_n/ilarjournal/42\\_3/4203\\_Challenges.shtml](http://dels-old.nas.edu/ilar_n/ilarjournal/42_3/4203_Challenges.shtml)
- [4] BARANIUK, R. : Compressive Sensing [Lecture Notes]. In: *Signal Processing Magazine, IEEE* 24 (2007), Nr. 4, 118–121. <http://dx.doi.org/10.1109/MSP.2007.4286571>. – DOI 10.1109/MSP.2007.4286571. – ISSN 1053–5888
- [5] BECK, A. ; TEBoulLE, M. : A Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm for Linear Inverse Problems. In: *SIAM Journal on Imaging Sciences* 2 (2009), Nr. 1, 183–202. <http://dx.doi.org/10.1137/080716542>. – DOI 10.1137/080716542. – ISSN 1936–4954
- [6] BEER, M. ; STAMM, H. ; MACHANN, W. ; WENG, A. ; GOLTZ, J. P. ; BREUNIG, F. ; WEIDEMANN, F. ; HAHN, D. ; KÖSTLER, H. : Free breathing cardiac real-time cine MR without ECG triggering. In: *International Journal of Cardiology* 145 (2010), Nr. 2, 380–382. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijcard.2010.02.052>. – DOI 10.1016/j.ijcard.2010.02.052. – ISSN 0167–5273
- [7] BERNSTEIN, M. A. ; KING, K. F. ; ZHOU, X. J.: *Handbook of MRI pulse sequences*. Elsevier Academic Press, 2004. – ISBN 0–12–092861–3
- [8] BLAIMER, M. ; BREUER, F. ; MUELLER, M. ; HEIDEMANN, R. M. ; GRISWOLD, M. A. ; JAKOB, P. M.: SMASH, SENSE, PILS, GRAPPA: how to choose the optimal method. In: *Topics in Magnetic Resonance Imaging* 15 (2004), Nr. 4, 223–236. [http://journals.lww.com/topicsinmri/Fulltext/2004/08000/SMASH,\\_SENSE,\\_PILS,\\_GRAPPA\\_How\\_to\\_Choose\\_the.2.aspx](http://journals.lww.com/topicsinmri/Fulltext/2004/08000/SMASH,_SENSE,_PILS,_GRAPPA_How_to_Choose_the.2.aspx). – ISSN 0899–3459



- [9] BLOCK, K. T. ; UECKER, M. ; FRAHM, J. : Undersampled radial MRI with multiple coils. Iterative image reconstruction using a total variation constraint. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 57 (2007), Nr. 6, 1086–1098. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.21236>. – DOI 10.1002/mrm.21236. – ISSN 1522–2594
- [10] BREUER, F. : *Development and Application of Efficient Strategies for Parallel Magnetic Resonance Imaging*, Fakultät für Physik und Astronomie, Julius Maximilians Universität Würzburg, Diss., 2006
- [11] BREUER, F. A. ; KANNENGIESSER, S. A. ; BLAIMER, M. ; SEIBERLICH, N. ; JAKOB, P. M. ; GRISWOLD, M. A.: General formulation for quantitative G-factor calculation in GRAPPA reconstructions. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 62 (2009), Nr. 3, 739–746. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.22066>. – DOI 10.1002/mrm.22066. – ISSN 1522–2594
- [12] BREUER, F. A. ; KELLMAN, P. ; GRISWOLD, M. A. ; JAKOB, P. M.: Dynamic autocalibrated parallel imaging using temporal GRAPPA (TGRAPPA). In: *Magnetic Resonance in Medicine* 53 (2005), Nr. 4, 981–985. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.20430>. – DOI 10.1002/mrm.20430. – ISSN 1522–2594
- [13] CANDÈS, E. J.: The restricted isometry property and its implications for compressed sensing. In: *Comptes Rendus Mathématique* 346 (2008), Nr. 9–10, 589 – 592. <http://dx.doi.org/10.1016/j.crma.2008.03.014>. – DOI 10.1016/j.crma.2008.03.014. – ISSN 1631–073X
- [14] CANDÈS, E. J. ; ROMBERG, J. ; TAO, T. : Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. In: *Information Theory, IEEE Transactions on* 52 (2006), Nr. 2, 489 – 509. <http://dx.doi.org/10.1109/TIT.2005.862083>. – DOI 10.1109/TIT.2005.862083. – ISSN 0018–9448
- [15] CANDÈS, E. J. ; TAO, T. : Decoding by linear programming. In: *Information Theory, IEEE Transactions on* 51 (2005), Nr. 12, S. 4203 – 4215. <http://dx.doi.org/10.1109/TIT.2005.858979>. – DOI 10.1109/TIT.2005.858979. – ISSN 0018–9448
- [16] CANDÈS, E. J. ; WAKIN, M. : An Introduction To Compressive Sampling. In: *Signal Processing Magazine, IEEE* 25 (2008), Nr. 2, S. 21 –30. <http://dx.doi.org/10.1109/MSP.2007.914731>. – DOI 10.1109/MSP.2007.914731. – ISSN 1053–5888
- [17] CASSIDY, P. J. ; SCHNEIDER, J. E. ; GRIEVE, S. M. ; LYGATE, C. ; NEUBAUER, S. ; CLARKE, K. : Assessment of motion gating strategies for mouse magnetic resonance at high magnetic fields. In: *Journal of Magnetic Resonance Imaging* 19 (2004), Nr. 2, 229–237. <http://dx.doi.org/10.1002/jmri.10454>. – DOI 10.1002/jmri.10454. – ISSN 1522–2586
- [18] CHAN, R. W. ; RAMSAY, E. A. ; CHEUNG, E. Y. ; PLEWES, D. B.: The influence of radial undersampling schemes on compressed sensing reconstruction in breast MRI. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 67 (2012), Nr. 2, 363–377. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.22888>. – DOI 10.1002/mrm.22888. – ISSN 1522–2594

- [//dx.doi.org/10.1002/mrm.23008](http://dx.doi.org/10.1002/mrm.23008). – DOI 10.1002/mrm.23008. – ISSN 1522–2594
- [19] CHARTRAND, R. : Fast algorithms for nonconvex compressive sensing: MRI reconstruction from very few data. In: *Biomedical Imaging: From Nano to Macro, 2009. ISBI '09. IEEE International Symposium on* (2009), 262–265. <http://dx.doi.org/10.1109/ISBI.2009.5193034>. – DOI 10.1109/ISBI.2009.5193034. – ISSN 1945–7928
- [20] CLAASEN, M. ; DIEHL, V. ; KOCHSIEK, K. ; BERDEL, W. E. ; BÖHM, M. ; SCHMIEGEL, W. : *Innere Medizin*. Urban und Fischer-Verlag, 2006. – ISBN 3–437–44405–0
- [21] DAUBECHIES, I. ; DEFRISE, M. ; DE MOL, C. : An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint. In: *Communications on Pure and Applied Mathematics* 57 (2004), Nr. 11, 1413–1457. <http://dx.doi.org/10.1002/cpa.20042>. – DOI 10.1002/cpa.20042. – ISSN 1097–0312
- [22] DEICHMANN, R. : Fast high-resolution T1 mapping of the human brain. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 54 (2005), Nr. 1, 20–27. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.20552>. – DOI 10.1002/mrm.20552. – ISSN 1522–2594
- [23] DESHMANE, A. ; SEIBERLICH, N. ; DUERK, J. ; GRISWOLD, M. : GRAPPA Operator Shift Correction for Non-Cartesian Imaging Trajectories. In: *Proceedings of the 20th Annual Meeting of the ISMRM*, 2012, S. 2542
- [24] DESHMANE, A. ; GULANI, V. ; GRISWOLD, M. A. ; SEIBERLICH, N. : Parallel MR imaging. In: *Journal of Magnetic Resonance Imaging* 36 (2012), Nr. 1, 55–72. <http://dx.doi.org/10.1002/jmri.23639>. – DOI 10.1002/jmri.23639. – ISSN 1522–2586
- [25] DIETRICH, O. ; RAYA, J. G. ; REEDER, S. B. ; REISER, M. F. ; SCHOENBERG, S. O. : Measurement of signal-to-noise ratios in MR images: Influence of multichannel coils, parallel imaging, and reconstruction filters. In: *Journal of Magnetic Resonance Imaging* 26 (2007), Nr. 2, 375–385. <http://dx.doi.org/10.1002/jmri.20969>. – DOI 10.1002/jmri.20969. – ISSN 1522–2586
- [26] DING, Y. ; CHUNG, Y.-C. ; SIMONETTI, O. P. : A method to assess spatially variant noise in dynamic MR image series. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 63 (2010), Nr. 3, 782–789. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.22258>. – DOI 10.1002/mrm.22258. – ISSN 1522–2594
- [27] DONOHO, D. L. : For most large underdetermined systems of linear equations the minimal l1-norm solution is also the sparsest solution. In: *Communications on Pure and Applied Mathematics* 59 (2006), Nr. 6, 797–829. <http://dx.doi.org/10.1002/cpa.20132>. – DOI 10.1002/cpa.20132. – ISSN 1097–0312
- [28] DONOHO, D. L. ; JOHNSTONE, I. M. : Adapting to Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage. In: *Journal of the American Statistical Association* 90 (1995), Nr. 432, 1200–1224. <http://www.jstor.org/stable/2291512>. – ISSN 01621459

- 
- [29] DONOHO, D. : Compressed sensing. In: *Information Theory, IEEE Transactions on* 52 (2006), april, Nr. 4, 1289–1306. <http://dx.doi.org/10.1109/TIT.2006.871582>. – DOI 10.1109/TIT.2006.871582. – ISSN 0018–9448
- [30] FALK, V. ; GARBADE, J. ; WALTHER, T. : Experimental Models of Heart Failure. In: DHEIN, S. (Hrsg.) ; MOHR, F. (Hrsg.) ; DELMAR, M. (Hrsg.): *Practical Methods in Cardiovascular Research*. Springer, 2005. – ISBN 978–3–540–26574–0, S. 83–110
- [31] FESSLER, J. A. ; ROGERS, W. L.: Spatial resolution properties of penalized-likelihood image reconstruction: space-invariant tomographs. In: *Trans. Img. Proc.* 5 (1996), Nr. 9, 1346–1358. <http://dx.doi.org/10.1109/83.535846>. – DOI 10.1109/83.535846. – ISSN 1057–7149
- [32] FEYNMAN, R. P. ; VERNON, F. L. ; HELLWARTH, R. W.: Geometrical Representation of the Schrodinger Equation for Solving Maser Problems. In: *Journal of Applied Physics* 28 (1957), S. 49–52. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1722572>. – DOI 10.1063/1.1722572. – ISSN 1089–7550
- [33] FISCHER, A. ; BREUER, F. ; BLAIMER, M. ; SEIBERLICH, N. ; JAKOB, P. : Accelerated dynamic imaging by reconstructing sparse differences using compressed sensing. In: *Proceedings of the 16th Annual Meeting of the ISMRM*, 2008, S. 341
- [34] FISCHER, A. ; SEIBERLICH, N. ; BLAIMER, M. ; BREUER, F. ; GRISWOLD, M. : A Combination of Nonconvex Compressed Sensing and GRAPPA (CS-GRAPPA). In: *Proceedings of the 17th Annual Meeting of the ISMRM*, 2009, S. 2813
- [35] FISCHER, A. ; SEIBERLICH, N. ; GRISWOLD, M. ; JAKOB, P. ; BREUER, F. : Golden Angle radial cardiac imaging without ECG gating using nonconvex Compressed Sensing. In: *Proceedings of the 19th Annual Meeting of the ISMRM*, 2011, S. 4370
- [36] FISCHER, A. : *On the Application of Compressed Sensing to Magnetic Resonance Imaging*, Fakultät für Physik und Astronomie, Julius Maximilians Universität Würzburg, Diss., 2012
- [37] GAMPER, U. ; BOESIGER, P. ; KOZERKE, S. : Compressed sensing in dynamic MRI. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 59 (2008), Nr. 2, 365–373. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.21477>. – DOI 10.1002/mrm.21477. – ISSN 1522–2594
- [38] GREISER, A. ; KIENLIN, M. von: Efficient k-space sampling by density-weighted phase-encoding. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 50 (2003), Nr. 6, 1266–1275. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.10647>. – DOI 10.1002/mrm.10647. – ISSN 1522–2594
- [39] GRISWOLD, M. A. ; BLAIMER, M. ; BREUER, F. ; HEIDEMANN, R. M. ; MUELLER, M. ; JAKOB, P. M.: Parallel magnetic resonance imaging using the GRAPPA operator formalism. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 54 (2005), Nr. 6, 1553–1556. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.20722>. – DOI 10.1002/mrm.20722. – ISSN 1522–2594

- [40] GRISWOLD, M. A. ; JAKOB, P. M. ; HEIDEMANN, R. M. ; NITTKA, M. ; JELLUS, V. ; WANG, J. ; KIEFER, B. ; HAASE, A. : Generalized autocalibrating partially parallel acquisitions (GRAPPA). In: *Magnetic Resonance in Medicine* 47 (2002), Nr. 6, 1202–1210. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.10171>. – DOI 10.1002/mrm.10171. – ISSN 1522–2594
- [41] GROTHUES, F. ; SMITH, G. C. ; MOON, J. C. ; BELLENGER, N. G. ; COLLINS, P. ; KLEIN, H. U. ; PENNELL, D. J.: Comparison of interstudy reproducibility of cardiovascular magnetic resonance with two-dimensional echocardiography in normal subjects and in patients with heart failure or left ventricular hypertrophy. In: *The American Journal of Cardiology* 90 (2002), Nr. 1, 29 - 34. [http://dx.doi.org/10.1016/S0002-9149\(02\)02381-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0002-9149(02)02381-0). – DOI 10.1016/S0002-9149(02)02381-0. – ISSN 0002–9149
- [42] GUTBERLET, M. : SENSE imaging using the weak and strong voxel approach without the assumption of voxel functions being Dirac distribution. In: *Proceedings of the 20th Annual Meeting of the ISMRM*, 2011, S. 2221
- [43] GUTBERLET, M. : *K-Raum-Symmetrie und dichtegewichtete Bildgebung: Optimierung der Magnet-Resonanz-Bildgebung hinsichtlich Signal-zu-Rauschverhältnis, Abbildungsqualität und Messzeit*, Fakultät für Physik und Astronomie, Julius Maximilians Universität Würzburg, Diss., 2011
- [44] HAACKE, E. M. ; BROWN, R. W. ; THOMPSON, M. R. ; VENKATESAN, R. : *Magnetic Resonance Imaging: Physical Principles and Sequence Design*. Wiley-Liss, 1999. – ISBN 0-4713-512-88
- [45] HAASE, A. ; FRAHM, J. ; MATTHAEI, D. ; HANICKE, W. ; MERBOLDT, K.-D. : FLASH imaging. Rapid NMR imaging using low flip-angle pulses. In: *Journal of Magnetic Resonance (1969)* 67 (1986), Nr. 2, 258 - 266. [http://dx.doi.org/10.1016/0022-2364\(86\)90433-6](http://dx.doi.org/10.1016/0022-2364(86)90433-6). – DOI 10.1016/0022-2364(86)90433-6. – ISSN 0022–2364
- [46] HALE, E. T. ; YIN, W. ; ZHANG, Y. : A Fixed-Point Continuation Method for l1-Regularized Minimization with Applications to Compressed Sensing / Rice University. 2007. – Forschungsbericht
- [47] HANSON, L. G.: Is quantum mechanics necessary for understanding magnetic resonance? In: *Concepts in Magnetic Resonance Part A* 32A (2008), Nr. 5, 329–340. <http://dx.doi.org/10.1002/cmr.a.20123>. – DOI 10.1002/cmr.a.20123. – ISSN 1552–5023
- [48] HARRIS, F. J.: On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. In: *Proceedings of the IEEE* 66 (1978), Nr. 1, 51–83. <http://dx.doi.org/10.1109/PROC.1978.10837>. – DOI 10.1109/PROC.1978.10837. – ISSN 0018–9219

- [49] JAKOB, P. ; GRISOWLD, M. ; EDELMAN, R. ; SODICKSON, D. : AUTO-SMASH: A self-calibrating technique for SMASH imaging. In: *Magnetic Resonance Materials in Physics, Biology and Medicine* 7 (1998), 42-54. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02592256>. – DOI 10.1007/BF02592256. – ISSN 0968–5243
- [50] JUNG, B. A. ; HENNIG, J. ; SCHEFFLER, K. : Single-breathhold 3D-trueFISP cine cardiac imaging. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 48 (2002), Nr. 5, 921–925. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.10280>. – DOI 10.1002/mrm.10280. – ISSN 1522–2594
- [51] KHARE, K. ; HARDY, C. J. ; KING, K. F. ; TURSKI, P. A. ; MARINELLI, L. : Accelerated MR imaging using compressive sensing with no free parameters. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 68 (2012), Nr. 5, 1450–1457. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.24143>. – DOI 10.1002/mrm.24143. – ISSN 1522–2594
- [52] KIENLIN, M. von ; MEJIA, R. : Spectral localization with optimal pointspread function. In: *Journal of Magnetic Resonance (1969)* 94 (1991), Nr. 2, 268 – 287. [http://dx.doi.org/10.1016/0022-2364\(91\)90106-4](http://dx.doi.org/10.1016/0022-2364(91)90106-4). – DOI 10.1016/0022–2364(91)90106–4. – ISSN 0022–2364
- [53] KIENLIN, M. von ; POHMANN, R. : Spatial Resolution in Spectroscopic Imaging. Version: 2007. <http://dx.doi.org/10.1002/9783527611843.ch01>. In: BLÜMLER, P. (Hrsg.) ; BLÜMICH, B. (Hrsg.) ; BOTTO, R. (Hrsg.) ; FUKUSHIMA, E. (Hrsg.): *Spatially Resolved Magnetic Resonance*. Wiley-VCH Verlag GmbH. – DOI 10.1002/9783527611843.ch01. – ISBN 978352761184, 1–20
- [54] KNOLL, F. ; BREDIES, K. ; POCK, T. ; STOLLBERGER, R. : Second order total generalized variation (TGV) for MRI. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 65 (2011), Nr. 2, 480–491. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.22595>. – DOI 10.1002/mrm.22595. – ISSN 1522–2594
- [55] KOBER, F. ; ILTIS, I. ; IZQUIERDO, M. ; DESROIS, M. ; IBARROLA, D. ; COZZONE, P. J. ; BERNARD, M. : High-resolution myocardial perfusion mapping in small animals in vivo by spin-labeling gradient-echo imaging. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 51 (2004), Nr. 1, 62–67. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.10676>. – DOI 10.1002/mrm.10676. – ISSN 1522–2594
- [56] KOZERKE, S. ; TSAO, J. ; RAZAVI, R. ; BOESIGER, P. : Accelerating cardiac cine 3D imaging using k-t BLAST. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 52 (2004), Nr. 1, 19–26. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.20145>. – DOI 10.1002/mrm.20145. – ISSN 1522–2594
- [57] KRAUS, R. : *Compressed Sensing - Theorie, Algorithmik und Anwendung in der Medizintechnik*, Fakultät für Mathematik, Universität Karlsruhe (TH), Diplomarbeit, 2008
- [58] KÖSTLER, H. ; BEER, M. ; RITTER, C. ; HAHN, D. ; SANDSTEDT, J. : Auto-SENSE view-sharing cine cardiac imaging. In: *Magnetic Resonance Materials in*

- Physics, Biology and Medicine* 17 (2004), 63-67. <http://dx.doi.org/10.1007/s10334-004-0047-7>. – DOI 10.1007/s10334-004-0047-7. – ISSN 0968-5243
- [59] KÖSTLER, H. ; RITTER, C. ; LIPP, M. ; BEER, M. ; HAHN, D. ; SANDSTEDE, J. : Prebolus quantitative MR heart perfusion imaging. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 52 (2004), Nr. 2, 296–299. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.20160>. – DOI 10.1002/mrm.20160. – ISSN 1522-2594
- [60] KÖSTLER, H. ; SANDSTEDE, J. J. ; LIPKE, C. ; LANDSCHÜTZ, W. ; BEER, M. ; HAHN, D. : Auto-SENSE perfusion imaging of the whole human heart. In: *Journal of Magnetic Resonance Imaging* 18 (2003), Nr. 6, 702–708. <http://dx.doi.org/10.1002/jmri.10419>. – DOI 10.1002/jmri.10419. – ISSN 1522-2586
- [61] KUTYNIOK, G. : Theory and Applications of Compressed Sensing. In: *ArXiv e-prints* 1203.3815 (2012). <http://arxiv.org/abs/1203.3815>
- [62] LANZ, T. ; MÜLLER, M. ; BARNES, H. ; NEUBAUER, S. ; SCHNEIDER, J. E.: A high-throughput eight-channel probe head for murine MRI at 9.4 T. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 64 (2010), Nr. 1, 80–87. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.22414>. – DOI 10.1002/mrm.22414. – ISSN 1522-2594
- [63] LARKMAN, D. : The g-Factor and Coil Design. Version: 2007. [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-68879-2\\_3](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-68879-2_3). In: SCHOENBERG, S. O. (Hrsg.) ; DIETRICH, O. (Hrsg.) ; REISER, M. F. (Hrsg.): *Parallel Imaging in Clinical MR Applications*. Springer (Medical Radiology). – ISBN 978-3-540-68879-2, 37-48
- [64] LEVITT, M. H.: *Spin Dynamics - Basics of Nuclear Magnetic Resonance*. John Wiley and Sons, 2008. – ISBN 978-0-470-51117-6
- [65] LOMBARDI, M. ; BARTOLOZZI, C. : *MRI of the Heart and Vessels*. Springer, 2005. – ISBN 8847003067
- [66] LOTZ, J. ; KIVELITZ, D. ; FISCHBACH, R. ; BEER, M. ; MILLER, S. : Empfehlungen für den Einsatz der Computertomografie und Magnetresonanztomografie in der Herzdiagnostik. Teil 2 - Magnetresonanztomografie. In: *Fortschritte auf dem Gebiet der Röntgenstrahlen und bildgebenden Verfahren (RöFo)* 181 (2009), 800-814. <http://dx.doi.org/10.1055/s-0028-1109542>. – DOI 10.1055/s-0028-1109542. – ISSN 1438-9029
- [67] LUSTIG, M. ; SANTOS, J. M. ; DONOHO, D. L. ; PAULY, J. M.: k-t SPARSE: High frame rate dynamic MRI exploiting spatio-temporal sparsity. In: *Proceedings of the 14th Annual Meeting of the ISMRM*, 2006, S. 2420
- [68] LUSTIG, M. ; DONOHO, D. ; PAULY, J. M.: Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 58 (2007), Nr. 6, 1182–1195. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.21391>. – DOI 10.1002/mrm.21391. – ISSN 1522-2594

- [69] MA, S. ; YIN, W. ; ZHANG, Y. ; CHAKRABORTY, A. : An efficient algorithm for compressed MR imaging using total variation and wavelets. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2008. CVPR* (2008), 1-8. <http://dx.doi.org/10.1109/CVPR.2008.4587391>. – DOI 10.1109/CVPR.2008.4587391. – ISSN 1063–6919
- [70] MALEKI, A. ; DONOHO, D. : Optimally Tuned Iterative Reconstruction Algorithms for Compressed Sensing. In: *Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of* 4 (2010), Nr. 2, 330 -341. <http://dx.doi.org/10.1109/JSTSP.2009.2039176>. – DOI 10.1109/JSTSP.2009.2039176. – ISSN 1932–4553
- [71] MORNEBURG, H. : *Bildgebende Systeme für die medizinische Diagnostik*. Heinz Morneburg, Publicis MCD Verlag, 1995. – ISBN 3–89578–002–2
- [72] NAGEL, E. ; BAUER, W. ; SECHTEM, U. ; SCHULZ-MENGER, J. ; SILBER, S. ; VOIGTLÄNDER, T. ; MOSHAGE, W. ; KRAMER, H.-H. ; ERTL, G. ; FLECK, E. : Klinische Indikationen für die kardiovaskuläre Magnetresonanztomographie (CMR). In: *Clinical Research in Cardiology Supplements* 2 (2007), 77-96. <http://dx.doi.org/10.1007/s11789-007-0049-x>. – DOI 10.1007/s11789-007-0049-x. – ISSN 1861–0706
- [73] NAGEL, E. ; ROSSUM, A. C. ; FLECK, E. : *Kardiovaskuläre Magnetresonanztomographie*. Steinkopff Verlag, 2002. – ISBN 379851285X
- [74] NAHRENDORF, M. ; HILLER, K.-H. ; HU, K. ; ERTL, G. ; HAASE, A. ; BAUER, W. : Cardiac magnetic resonance imaging in small animal models of human heart failure. In: *Medical Image Analysis* 7 (2003), Nr. 3, 369 - 375. [http://dx.doi.org/10.1016/S1361-8415\(03\)00011-2](http://dx.doi.org/10.1016/S1361-8415(03)00011-2). – DOI 10.1016/S1361–8415(03)00011–2. – ISSN 1361–8415
- [75] NAM, S. ; AKÇAKAYA, M. ; BASHA, T. ; STEHNING, C. ; MANNING, W. J. ; TAROKH, V. ; NEZAFAT, R. : Compressed sensing reconstruction for whole-heart imaging with 3D radial trajectories: A graphics processing unit implementation. In: *Magnetic Resonance in Medicine* (2012), n/a–n/a. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.24234>. – DOI 10.1002/mrm.24234. – ISSN 1522–2594
- [76] NEUMANN, F.-J. ; SCHÖMIG, A. : Akuter Myokardinfarkt. Version: 2005. [http://dx.doi.org/10.1007/3-540-27385-9\\_125](http://dx.doi.org/10.1007/3-540-27385-9_125). In: SCHÖLMERICH, J. (Hrsg.) ; BURDACH, S. (Hrsg.) ; DREXLER, H. (Hrsg.) ; HALLEK, M. (Hrsg.) ; HIDDEMANN, W. (Hrsg.) ; HÖRL, W. (Hrsg.) ; KLEIN, H. (Hrsg.) ; LANDTHALER, M. (Hrsg.) ; LENZ, K. (Hrsg.) ; MANN, K. (Hrsg.) ; MÖSSNER, J. (Hrsg.) ; MÜLLER-LADNER, U. (Hrsg.) ; REICHEN, J. (Hrsg.) ; SCHMIEGEL, W. (Hrsg.) ; SCHRÖDER, J. (Hrsg.) ; SEEGER, W. (Hrsg.) ; STREMMEL, W. (Hrsg.) ; SUTTORP, N. (Hrsg.) ; WEILEMANN, L. (Hrsg.) ; WÖHRLE, J. (Hrsg.): *Medizinische Therapie 2005/2006*. Springer. – DOI 10.1007/3–540–27385–9\_125. – ISBN 978–3–540–27385–1, 1132-1138

- [77] O'NEILL, E. L.: Transfer Function for an Annular Aperture. In: *Journal of the Optical Society of America* 46 (1956), Nr. 4, 285–288. <http://dx.doi.org/10.1364/JOSA.46.000285>. – DOI 10.1364/JOSA.46.000285
- [78] OTAZO, R. ; KIM, D. ; AXEL, L. ; SODICKSON, D. K.: Combination of compressed sensing and parallel imaging for highly accelerated first-pass cardiac perfusion MRI. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 64 (2010), Nr. 3, 767–776. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.22463>. – DOI 10.1002/mrm.22463. – ISSN 1522–2594
- [79] PETERS, D. C. ; KOROSSEC, F. R. ; GRIST, T. M. ; BLOCK, W. F. ; HOLDEN, J. E. ; VIGEN, K. K. ; MISTRETTA, C. A.: Undersampled projection reconstruction applied to MR angiography. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 43 (2000), Nr. 1, 91–101. [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1522-2594\(200001\)43:1<91::AID-MRM11>3.0.CO;2-4](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1522-2594(200001)43:1<91::AID-MRM11>3.0.CO;2-4). – DOI 10.1002/(SICI)1522-2594(200001)43:1<91::AID-MRM11>3.0.CO;2-4. – ISSN 1522–2594
- [80] PICKUP, S. ; ZHOU, R. ; GLICKSON, J. : MRI estimation of the arterial input function in mice. In: *Academic Radiology* 10 (2003), Nr. 9, 963 – 968. [http://dx.doi.org/10.1016/S1076-6332\(03\)00291-5](http://dx.doi.org/10.1016/S1076-6332(03)00291-5). – DOI 10.1016/S1076-6332(03)00291-5. – ISSN 1076–6332
- [81] PRUESSMANN, K. P. ; WEIGER, M. ; BOESIGER, P. : Sensitivity encoded cardiac MRI. In: *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance* 3 (2001), Nr. 1, S. 1–9. – ISSN 1097–6647
- [82] PRUESSMANN, K. P. ; WEIGER, M. ; SCHEIDEGGER, M. B. ; BOESIGER, P. : SENSE: Sensitivity encoding for fast MRI. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 42 (1999), Nr. 5, 952–962. [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1522-2594\(199911\)42:5<952::AID-MRM16>3.0.CO;2-S](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1522-2594(199911)42:5<952::AID-MRM16>3.0.CO;2-S). – DOI 10.1002/(SICI)1522-2594(199911)42:5<952::AID-MRM16>3.0.CO;2-S. – ISSN 1522–2594
- [83] PUJADAS, S. ; REDDY, G. P. ; WEBER, O. ; LEE, J. J. ; HIGGINS, C. B.: MR imaging assessment of cardiac function. In: *Journal of Magnetic Resonance Imaging* 19 (2004), Nr. 6, 789–799. <http://dx.doi.org/10.1002/jmri.20079>. – DOI 10.1002/jmri.20079. – ISSN 1522–2586
- [84] ROBSON, P. M. ; GRANT, A. K. ; MADHURANTHAKAM, A. J. ; LATTANZI, R. ; SODICKSON, D. K. ; MCKENZIE, C. A.: Comprehensive quantification of signal-to-noise ratio and g-factor for image-based and k-space-based parallel imaging reconstructions. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 60 (2008), Nr. 4, 895–907. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.21728>. – DOI 10.1002/mrm.21728. – ISSN 1522–2594
- [85] ROMBERG, J. : Imaging via Compressive Sampling. In: *Signal Processing Magazine, IEEE* 25 (2008), Nr. 2, S. 14 –20. <http://dx.doi.org/10.1109/MSP.2007.914729>. – DOI 10.1109/MSP.2007.914729. – ISSN 1053–5888



- [86] ROSS, A. J. ; YANG, Z. ; BERR, S. S. ; GILSON, W. D. ; PETERSEN, W. C. ; OSHINSKI, J. N. ; FRENCH, B. A.: Serial MRI evaluation of cardiac structure and function in mice after reperfused myocardial infarction. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 47 (2002), Nr. 6, 1158–1168. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.10166>. – DOI 10.1002/mrm.10166. – ISSN 1522–2594
- [87] SANDNER, T. ; THEISEN, D. ; BAUNER, K. ; PICCIOLO, M. ; REISER, M. ; WINTERSPERGER, B. : Kardiologie Funktionsanalyse mittels MRT. In: *Zeitschrift für Herz-, Thorax- und Gefäßchirurgie* 24 (2010), 347–354. <http://dx.doi.org/10.1007/s00398-010-0817-7>. – DOI 10.1007/s00398-010-0817-7. – ISSN 0930–9225
- [88] SANDSTEDTE, J. : *Radiologische Diagnostik des Herzens - ein Leitfaden für die Praxis*. UNI-MED-Verl., 2004 (UNI-MED Science). – ISBN 9783895997945
- [89] SCHNEIDER, J. E.: Assessment of Global Cardiac Function. Version:2011. [http://dx.doi.org/10.1007/978-1-61779-219-9\\_20](http://dx.doi.org/10.1007/978-1-61779-219-9_20). In: SCHRÖDER, L. (Hrsg.) ; FABER, C. (Hrsg.): *In vivo NMR Imaging* Bd. 771. Humana Press. – DOI 10.1007/978-1-61779-219-9\_20. – ISBN 978-1-61779-218-2, 387–405
- [90] SCHNEIDER, J. E. ; CASSIDY, P. J. ; LYGATE, C. ; TYLER, D. J. ; WIESMANN, F. ; GRIEVE, S. M. ; HULBERT, K. ; CLARKE, K. ; NEUBAUER, S. : Fast, high-resolution in vivo cine magnetic resonance imaging in normal and failing mouse hearts on a vertical 11.7 T system. In: *Journal of Magnetic Resonance Imaging* 18 (2003), Nr. 6, 691–701. <http://dx.doi.org/10.1002/jmri.10411>. – DOI 10.1002/jmri.10411. – ISSN 1522–2586
- [91] SCHNEIDER, J. E. ; LANZ, T. ; BARNES, H. ; MEDWAY, D. ; STORK, L.-A. ; LYGATE, C. A. ; SMART, S. ; GRISWOLD, M. A. ; NEUBAUER, S. : Ultra-fast and accurate assessment of cardiac function in rats using accelerated MRI at 9.4 Tesla. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 59 (2008), Nr. 3, 636–641. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.21491>. – DOI 10.1002/mrm.21491. – ISSN 1522–2594
- [92] SCHNEIDER, J. E. ; LANZ, T. ; BARNES, H. ; STORK, L.-A. ; BOHL, S. ; LYGATE, C. A. ; ORDIDGE, R. J. ; NEUBAUER, S. : Accelerated cardiac magnetic resonance imaging in the mouse using an eight-channel array at 9.4 Tesla. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 65 (2011), Nr. 1, 60–70. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.22605>. – DOI 10.1002/mrm.22605. – ISSN 1522–2594
- [93] SCHNEIDER, J. E. ; NEUBAUER, S. : Experimental Cardiovascular MR in Small Animals. Version:2006. [http://dx.doi.org/10.1007/1-4020-3910-7\\_99](http://dx.doi.org/10.1007/1-4020-3910-7_99). In: WEBB, G. (Hrsg.): *Modern Magnetic Resonance*. Springer. – DOI 10.1007/1-4020-3910-7\_99. – ISBN 978-1-4020-3894-5, 835–853
- [94] SCHÄR, M. ; KOZERKE, S. ; FISCHER, S. E. ; BOESIGER, P. : Cardiac SSFP imaging at 3 Tesla. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 51 (2004), Nr. 4, 799–806. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.20024>. – DOI 10.1002/mrm.20024. – ISSN 1522–2594

- [95] SCHRÖR, K. ; KELM, M. : Koronare Herzkrankheit. Version: 2007. [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-34181-9\\_17](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-34181-9_17). In: LEMMER, B. (Hrsg.) ; BRUNE, K. (Hrsg.): *Pharmakotherapie*. Springer, 2007. – DOI 10.1007/978-3-540-34181-9\_17. – ISBN 978-3-540-34181-9, S. 259–272
- [96] SCHULTE, B. ; BOLDT, A. ; BEYER, D. : *MRT des Herzens und der Gefäße*. Springer, 2005. – ISBN 978-3-540-27461-2
- [97] SECHTEM, U. ; BAER, F. M. ; VOTH, E. ; THEISSEN, P. ; SCHNEIDER, C. : Stress functional MRI: Detection of ischemic heart disease and myocardial viability. In: *Journal of Magnetic Resonance Imaging* 10 (1999), Nr. 5, 667–675. [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1522-2586\(199911\)10:5<667::AID-JMRI9>3.0.CO;2-8](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1522-2586(199911)10:5<667::AID-JMRI9>3.0.CO;2-8). – DOI 10.1002/(SICI)1522-2586(199911)10:5<667::AID-JMRI9>3.0.CO;2-8. – ISSN 1522-2586
- [98] SEEGER, M. ; NICKISCH, H. ; POHMANN, R. ; SCHÖLKOPF, B. : Optimization of k-space trajectories for compressed sensing by Bayesian experimental design. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 63 (2010), Nr. 1, 116–126. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.22180>. – DOI 10.1002/mrm.22180. – ISSN 1522-2594
- [99] SEIBERLICH, N. ; BREUER, F. ; BLAIMER, M. ; JAKOB, P. ; GRISWOLD, M. : Self-calibrating GRAPPA operator gridding for radial and spiral trajectories. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 59 (2008), Nr. 4, 930–935. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.21565>. – DOI 10.1002/mrm.21565. – ISSN 1522-2594
- [100] SEIBERLICH, N. ; BREUER, F. A. ; BLAIMER, M. ; BARKAUSKAS, K. ; JAKOB, P. M. ; GRISWOLD, M. A.: Non-Cartesian data reconstruction using GRAPPA operator gridding (GROG). In: *Magnetic Resonance in Medicine* 58 (2007), Nr. 6, 1257–1265. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.21435>. – DOI 10.1002/mrm.21435. – ISSN 1522-2594
- [101] SÁNCHEZ-GONZÁLEZ, J. ; TSAO, J. ; DYDAK, U. ; DESCO, M. ; BOESIGER, P. ; PAUL PRUESSMANN, K. : Minimum-norm reconstruction for sensitivity-encoded magnetic resonance spectroscopic imaging. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 55 (2006), Nr. 2, 287–295. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.20758>. – DOI 10.1002/mrm.20758. – ISSN 1522-2594
- [102] SODICKSON, D. K. ; GRISWOLD, M. A. ; JAKOB, P. M. ; EDELMAN, R. R. ; MANNING, W. J.: Signal-to-noise ratio and signal-to-noise efficiency in SMASH imaging. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 41 (1999), Nr. 5, 1009–1022. [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1522-2594\(199905\)41:5<1009::AID-MRM21>3.0.CO;2-4](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1522-2594(199905)41:5<1009::AID-MRM21>3.0.CO;2-4). – DOI 10.1002/(SICI)1522-2594(199905)41:5<1009::AID-MRM21>3.0.CO;2-4. – ISSN 1522-2594
- [103] SODICKSON, D. K. ; MANNING, W. J.: Simultaneous acquisition of spatial harmonics (SMASH): Fast imaging with radiofrequency coil arrays. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 38 (1997), Nr. 4, 591–603. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.1910380414>. – DOI 10.1002/mrm.1910380414. – ISSN 1522-2594

- [104] STECKNER, M. C. ; DROST, D. J. ; PRATO, F. S.: Computing the modulation transfer function of a magnetic resonance imager. In: *Medical Physics* 21 (1994), Nr. 3, 483-489. <http://dx.doi.org/10.1118/1.597310>. – DOI 10.1118/1.597310. – ISSN 0094-2405
- [105] STERN, A. S. ; DONOHO, D. L. ; HOCH, J. C.: NMR data processing using iterative thresholding and minimum l1-norm reconstruction. In: *Journal of Magnetic Resonance* 188 (2007), Nr. 2, 295 - 300. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmr.2007.07.008>. – DOI 10.1016/j.jmr.2007.07.008. – ISSN 1090-7807
- [106] TRAUTWEIN, F. : *Analyse und Eliminierung von system- und messprozessbedingten Bildartefakten in der radialen Magnetresonanztomographie*. MA-Thesis, Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik, Fachhochschule Furtwangen, 2005. – ISBN 978-3-8366-0098-9
- [107] VALLÉE, J.-P. ; IVANCEVIC, M. K. ; NGUYEN, D. ; MOREL, D. R. ; JACONI, M. : Current status of cardiac MRI in small animals. In: *Magnetic Resonance Materials in Physics, Biology and Medicine* 17 (2004), 149-156. <http://dx.doi.org/10.1007/s10334-004-0066-4>. – DOI 10.1007/s10334-004-0066-4. – ISSN 0968-5243
- [108] WALSH, D. O. ; GMITRO, A. F. ; MARCELLIN, M. W.: Adaptive reconstruction of phased array MR imagery. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 43 (2000), Nr. 5, 682-690. [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1522-2594\(200005\)43:5<682::AID-MRM10>3.0.CO;2-G](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1522-2594(200005)43:5<682::AID-MRM10>3.0.CO;2-G). – DOI 10.1002/(SICI)1522-2594(200005)43:5<682::AID-MRM10>3.0.CO;2-G. – ISSN 1522-2594
- [109] WANSAPURA, J. P. ; HOLLAND, S. K. ; DUNN, R. S. ; BALL, W. S.: NMR relaxation times in the human brain at 3.0 tesla. In: *Journal of Magnetic Resonance Imaging* 9 (1999), Nr. 4, 531-538. [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1522-2586\(199904\)9:4<531::AID-JMRI4>3.0.CO;2-L](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1522-2586(199904)9:4<531::AID-JMRI4>3.0.CO;2-L). – DOI 10.1002/(SICI)1522-2586(199904)9:4<531::AID-JMRI4>3.0.CO;2-L. – ISSN 1522-2586
- [110] WECH, T. ; GUTBERLET, M. ; GREISER, A. ; STÄB, D. ; RITTER, C. O. ; BEER, M. ; HAHN, D. ; KÖSTLER, H. : High-resolution functional cardiac MR imaging using density-weighted real-time acquisitions and a combination of compressed sensing and parallel imaging for image reconstruction. In: *Fortschritte auf dem Gebiet der Röntgenstrahlen und bildgebenden Verfahren (RöFo)* 182 (2010), Nr. 8, 676-681. <http://dx.doi.org/10.1055/s-0029-1245504>. – DOI 10.1055/s-0029-1245504. – ISSN 1438-9010
- [111] WECH, T. ; LEMKE, A. ; MEDWAY, D. ; STORK, L.-A. ; LYGATE, C. A. ; NEUBAUER, S. ; KÖSTLER, H. ; SCHNEIDER, J. E.: Accelerating cine-MR imaging in mouse hearts using compressed sensing. In: *Journal of Magnetic Resonance Imaging* 34 (2011), Nr. 5, 1072-1079. <http://dx.doi.org/10.1002/jmri.22718>. – DOI 10.1002/jmri.22718. – ISSN 1522-2586

- [112] WECH, T. ; LYGATE, C. ; NEUBAUER, S. ; KÖSTLER, H. ; SCHNEIDER, J. : Highly accelerated cardiac functional MRI in rodent hearts using compressed sensing and parallel imaging at 9.4T. In: *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance* 14 (2012), Nr. Suppl 1, 65. <http://dx.doi.org/10.1186/1532-429X-14-S1-P65>. – DOI 10.1186/1532-429X-14-S1-P65. – ISSN 1532-429X
- [113] WECH, T. ; STÄB, D. ; BUDICH, J. C. ; FISCHER, A. ; TRAN-GIA, J. ; HAHN, D. ; KÖSTLER, H. : Resolution evaluation of MR images reconstructed by iterative thresholding algorithms for compressed sensing. In: *Medical Physics* 39 (2012), Nr. 7, 4328-4338. <http://dx.doi.org/10.1118/1.4728223>. – DOI 10.1118/1.4728223. – ISSN 0094-2405
- [114] WILD, J. M. ; PALEY, M. N. ; KASUBOSKI, L. ; SWIFT, A. ; FICHELE, S. ; WOODHOUSE, N. ; GRIFFITHS, P. D. ; BEEK, E. J.: Dynamic radial projection MRI of inhaled hyperpolarized <sup>3</sup>He gas. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 49 (2003), Nr. 6, 991-997. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.10477>. – DOI 10.1002/mrm.10477. – ISSN 1522-2594
- [115] WILSON, D. W. ; TSUI, B. M. W.: Spatial resolution properties of FB and ML-EM reconstruction methods. In: *Nuclear Science, IEEE Transactions on* 40 (1996), Nr. 4, 1198 - 1203. <http://dx.doi.org/10.1109/23.256736>. – DOI 10.1109/23.256736. – ISSN 0018-9499
- [116] WINTER, L. ; KELLMAN, P. ; RENZ, W. ; GRÄSSL, A. ; HEZEL, F. ; THALHAMMER, C. ; KNOBELSDORFF-BRENKENHOFF, F. ; TKACHENKO, V. ; SCHULZ-MENGER, J. ; NIENDORF, T. : Comparison of three multichannel transmit/receive radio-frequency coil configurations for anatomic and functional cardiac MRI at 7.0T: implications for clinical imaging. In: *European Radiology* 22 (2012), 2211-2220. <http://dx.doi.org/10.1007/s00330-012-2487-1>. – DOI 10.1007/s00330-012-2487-1. – ISSN 0938-7994
- [117] WOLFF, S. D. ; BALABAN, R. S.: Magnetization transfer contrast (MTC) and tissue water proton relaxation in vivo. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 10 (1989), Nr. 1, 135-144. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.1910100113>. – DOI 10.1002/mrm.1910100113. – ISSN 1522-2594
- [118] YU, H. ; WANG, G. : A soft-threshold filtering approach for reconstruction from a limited number of projections. In: *Physics in Medicine and Biology* 55 (2010), Nr. 13, 3905. <http://dx.doi.org/10.1088/0031-9155/55/13/022>. – DOI 10.1088/0031-9155/55/13/022. – ISSN 0031-9155
- [119] ZHOU, J. ; PAYEN, J.-F. ; WILSON, D. A. ; TRAYSTMAN, R. J. ; ZIJL, P. C. M.: Using the amide proton signals of intracellular proteins and peptides to detect pH effects in MRI. In: *Nature Medicine* 9 (2003), 1085-1090. <http://dx.doi.org/10.1038/nm907>. – DOI 10.1038/nm907. – ISSN 1078-8956
- [120] ZILLES, K. ; TILLMANN, B. N. ; HILDEBRAND, R. : Organe des Blutkreislaufs. Version: 2010. [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-69483-0\\_6](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-69483-0_6). In: *Anatomie*. Springer. – ISBN 978-3-540-69483-0, 323-354

- [121] ZUR, Y. ; STOKAR, S. ; BENDEL, P. : An analysis of fast imaging sequences with steady-state transverse magnetization refocusing. In: *Magnetic Resonance in Medicine* 6 (1988), Nr. 2, 175–193. <http://dx.doi.org/10.1002/mrm.1910060206>.  
– DOI 10.1002/mrm.1910060206. – ISSN 1522–2594

# B Curriculum Vitae

## Tobias Wech

### Persönliche Informationen

---

<b>Geburtstag</b>	24. September 1983
<b>Geburtsort</b>	Würzburg, Deutschland
<b>Staatsangehörigkeit</b>	Deutsch
<b>Adresse</b>	Petrinistraße 36, 97080 Würzburg

---

### Ausbildung

---

Graduiertenschule	10/2010 - 03/2013	Graduate School of Life Sciences Julius-Maximilians-Universität, Würzburg, <i>angestrebt: Doctor rerum naturalium</i>
Studium	10/2004 - 03/2010	Fakultät für Physik und Astronomie Julius-Maximilians-Universität, Würzburg, Physik (Diplom)
Gymnasium	09/1994 - 06/2003	Johann-Schöner Gymnasium, Karlstadt, Abitur

---

### Forschung und Praxiserfahrung

---

Wissenschaftlicher Mitarbeiter	01/2011 - 12/2012	Julius-Maximilians-Universität, Würzburg, Institut für Röntgendiagnostik, Experimentelle Radiologie Prof. Dr. Herbert Köstler
Forschungsaufenthalt	08/2012	University of Oxford, Oxford, Vereinigtes Königreich, British Heart Foundation Experimental Magnetic Resonance Unit (BMRU), Dr. Jürgen E. Schneider

---

Forschungsaufenthalt	06/2010 - 12/2010	Siemens Corporate Research, Center for Applied Medical Imaging, Johns Hopkins Clinic, Baltimore, Maryland, Vereinigte Staaten von Amerika Dr. Christine H. Lorenz
Diplomarbeit	04/2009 - 03/2010	Julius-Maximilians-Universität, Würzburg, Fakultät für Physik und Astronomie, Lehrstuhl für Experimentelle Physik 5 (Biophysik), Prof. Dr. Peter M. Jakob
Werkstudent	10/2007 - 02/2008	Siemens Healthcare, Oncology Care Systems, Product Lifecycle Management, Software House, Realize TPS & Physics, Heidelberg Dr. Oliver Thilmann

---

## Stipendien und Auszeichnungen

---

08/2008	Aufnahme in das Studentenförderprogramm TOPAZ der Siemens AG
01/2010 - 12/2012	Stipendiat des Elitenetzwerkes Bayern

---

## Sprachen

---

Deutsch	Muttersprache
Englisch	Fließend
Französisch	Gute Kenntnisse

---

## Informatikkenntnisse

---

Matlab, Mathematica  
C++, C#, Java

---

# C Publikationen

## Originalarbeiten

1. Wech, T.; Gutberlet, M.; Greiser, A.; Stäb, D.; Ritter, C. O.; Beer, M.; Hahn, D.; Köstler, H.: High resolution functional cardiac MR imaging using density weighted real-time acquisition and a combination of compressed sensing and parallel imaging for image reconstruction. In *Fortschritte auf dem Gebiet der Röntgenstrahlen und bildgebenden Verfahren (RöFo)* 182(8): 676-681 (2010)
2. Wech, T.; Lemke, A.; Medway, D.; Stork, L.-A.; Lygate, C. A.; Neubauer, S.; Köstler, H.; Schneider, J. E.: Accelerating Cine-MR Imaging in Mouse Hearts Using Compressed Sensing. In *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 34(5):1072-1079 (2011)
3. Wech, T.; Stäb, D.; Budich, J. C.; Fischer, A.; Tran-Gia, J.; Hahn, D.; Köstler, H.: Resolution evaluation of MR images reconstructed by iterative thresholding algorithms for compressed sensing. In *Medical Physics*, 39(7):4328-4338 (2012)
4. Tran-Gia, J.; Stäb, D.; Wech, T.; Hahn, D.; Köstler, H.: Model-Based Acceleration of Parameter Mapping (MAP) for Saturation Prepared Radially Acquired Data. *Akzeptiert als Full Paper in Magnetic Resonance in Medicine*

## Tagungsbeiträge

1. Wech, T.; Gutberlet, M.; Stäb, D.; Hahn, D.; Köstler, H.: High resolution, functional real-time cardiac MR imaging using a combination of compressed sensing and parallel imaging. *Annual Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 3591 (2010)
2. Wech, T.; Gutberlet, M.; Stäb, D.; Hahn, D.; Köstler, H.: Image quality parameters in MR images, reconstructed by using compressed sensing. *Annual Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 4885 (2010)
3. Stäb, D.; Wech, T.; Ritter, C. O.; Hahn, D.; Köstler, H.: Accelerated Simultaneous Multi-slice Cardiac Cine Imaging Using a Combination of CAIPIRINHA and Compressed Sensing. *Annual Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 3594 (2010)
4. Wech, T.; Gutberlet, M.; Hahn, D.; Köstler, H.: Hochaufgelöste, funktionelle Echt-Zeit-MR-Herzbildgebung mittels einer Kombination aus Compressed Sensing und paralleler Bildgebung (GRAPPA). *Deutscher Röntgenkongress, Fortschritte auf dem Gebiet der Röntgenstrahlen und bildgebenden Verfahren (RöFo)*, 182 (2010)



- 
5. Stäb, D.; Wech, T.; Gutberlet, M.; Ritter, C. O.; Hahn, D.; Köstler, H.: Highly Accelerated Functional MR Imaging of the Heart Using a Combination of Parallel Imaging and Compressed Sensing. *Scientific Meeting European Society of Cardiac Radiology*, 422 (2010)
  6. Wech, T.; Stäb, D.; Fischer, A.; Hahn, D.; Köstler, H.: On the Quality Evaluation for Images reconstructed by Compressed Sensing *Annual Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 73 (2011)
  7. Wech, T.; Lemke, A.; Medway, D.; Stork, L.-A.; Lygate, C. A.; Neubauer, S.; Köstler, H.; Schneider, J. E.: Accelerating global cardiac function assessment in mice using compressed sensing. *Annual Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 1325 (2011)
  8. Wech, T.; Shea, S. M.; Pan, L.; Barbot J.; Vij, K.; Lorenz, C. H.; Patil, S.: Measurement Accuracy of Different Active Tracking Sequences for Interventional MRI. *Annual Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 1753 (2011)
  9. Barbot, J.; Wech, T.; Shea, S. M.; Pan, L.; Kirchberg, K.; Vij, K.; Lorenz, C. H.; Patil, S.: Accurate Localization of Active Devices during Interventional MR Imaging. *Annual Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 1747 (2011)
  10. Ouyang, C.; Wech, T.; Pan, L.: Implementation of Compressed Sensing for Online Reconstruction. *Annual Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 3748 (2011)
  11. Ouyang, C.; Wech, T.; Pan, L.: Online Real-Time Visualization of an Active Catheter Using Compressed Sensing in Interventional MRI. *Annual Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 2549 (2011)
  12. Stäb, D.; Wech, T.; Ritter, C. O.; Hahn, D.; Köstler, H.: Cardiac Perfusion Imaging Using a Combination of CAIPIRINHA and Compressed Sensing. *Annual Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 4376 (2011)
  13. Weng, A. M., Stäb, D.; Wech, T.; Ritter, C. O.; Beer, M.; Hahn, D.; Köstler, H.: DECO Parallel real-time Imaging allows assessment of global cardiac function in free breathing. *Annual Meeting of the European Society for Magnetic Resonance in Medicine and Biology*, 220 (2011)
  14. Wech, T.; Lemke, A.; Medway, D.; Stork, L.-A.; Lygate, C. A.; Neubauer, S.; Köstler, H.; Schneider, J. E.: Accelerating Functional Cardiac MR Imaging in mouse hearts using Compressed Sensing. *Scientific Meeting European Society of Cardiac Radiology*, 305 (2011)
  15. Wech, T.; Medway, D.; Lygate, C. A.; Neubauer, S.; Köstler, H.; Schneider, J. E.: Accurate Infarct-Size measurements from Accelerated, Compressed Sensing Reconstructed Cine-MRI Images in mouse Hearts. *Annual Society for Cardiovascular Magnetic Resonance Scientific Sessions, Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance*, 14(Suppl 1):P57 (2012)

16. Wech, T.; Lygate, C. A.; Neubauer, S.; Köstler, H.; Schneider, J. E.: Highly Accelerated Cardiac Functional MRI in rodent Hearts Using Compressed Sensing and Parallel Imaging at 9.4 T. *Annual Society for Cardiovascular Magnetic Resonance Scientific Sessions, Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance*, 14(Suppl 1):P65 (2012)
17. Wech, T.; Thornton, V.; Lygate, C. A.; Neubauer, S.; Köstler, H.; Schneider, J. E.: Highly Accelerated Cardiac Functional MRI in rodent Hearts Using Compressed Sensing and Parallel Imaging at 9.4 T. *Annual Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 1458 (2012)
18. Wech, T.; Stäb, D.; Fischer, A.; Hahn, D.; Köstler, H.: Local Temporal Point Spread Function for CS Reconstructions Exploiting x-f-sparsity. *Annual Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 1457 (2012)
19. Weng, A. M.; Stäb, D.; Wech, T.; Ritter, C. O.; Hahn, D.; Köstler, H.: Echtzeit-Datenaufnahme zur Bestimmung der Herzfunktion in der MRT. *Kardiagnostik-Tage, Fortschritte auf dem Gebiet der Röntgenstrahlen und bildgebenden Verfahren (RöFo)*, 184 (2012)
20. Wech, T.; Pickl, W.; Hahn, D.; Köstler, H.: Whole Heart Functional MR Imaging in a Single Breath-hold by Using a Model Based Reconstruction of 3D Acquisitions. *Scientific Meeting European Society of Cardiac Radiology*, 118 (2012)

# D Eidesstattliche Erklärung / Affidavit

## Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich an Eides statt, die Dissertation *Compressed Sensing in der funktionellen kardialen Magnetresonanztomographie* eigenständig, d.h. insbesondere selbstständig und ohne Hilfe eines kommerziellen Promotionsberaters, angefertigt und keine anderen als die von mir angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet zu haben.

Ich erkläre außerdem, dass die Dissertation weder in gleicher noch in ähnlicher Form bereits in einem anderen Prüfungsverfahren vorgelegen hat.

Würzburg, 14. Dezember 2012

---

Tobias Wech

## Affidavit

I hereby confirm that my thesis entitled *Compressed sensing in functional cardiac magnetic resonance imaging* is the result of my own work. I did not receive any help or support from commercial consultants. All sources and / or materials applied are listed and specified in the thesis.

Furthermore, I confirm that this thesis has not yet been submitted as part of another examination process neither in identical nor in similar form.

Würzburg, 14. Dezember 2012

---

Tobias Wech

# E Danksagung

Ich möchte mich abschließend herzlichst bei den Personen bedanken, die zum Gelingen der vorliegenden Arbeit beigetragen haben.

Besonderer Dank gilt **Prof. Dr. Herbert Köstler** für die Bereitstellung des Themas, die freundliche Betreuung der Arbeit sowie die fortwährende Unterstützung seit meiner Zugehörigkeit zu der von ihm geleiteten Abteilung der Experimentellen Radiologie des Instituts für Röntgendiagnostik. Ich habe zu jeder Zeit eine sehr angenehme Atmosphäre in Ihrer Arbeitsgruppe vorgefunden und konnte mich dadurch uneingeschränkt auf meine Promotion konzentrieren.

Desweiteren danke ich **Prof. Dr. Dr. Dietbert Hahn**, der mir eine ideale Arbeitsumgebung am Institut für Röntgendiagnostik bereitstellte sowie meine Promotion von der medizinischen Seite her betreute. Ausdrücklicher Dank ergeht diesbezüglich ebenfalls meinen Betreuern **Prof. Dr. Meinrad Beer** sowie **PD Dr. Christian O. Ritter** für die medizinische Motivation technischer Neuentwicklungen sowie die kritische Bewertung der Ergebnisse aus radiologischer Sicht.

Ich möchte mich ausdrücklich bei **Dr. Jürgen E. Schneider** und dessen Arbeitsgruppe der *British Heart Foundation Experimental Magnetic Resonance Unit (BMRU)* der *University of Oxford* bedanken. Ich habe die Zusammenarbeit von Beginn an genossen und habe durch die gemeinsam durchgeführten Studien erfahren können, wie fruchtbar eine gut funktionierende Kooperation sein kann. Insbesondere bedanke ich mich für die Einladung zu einem Forschungsaufenthalt an der *University of Oxford* im August 2012. Ich hoffe, die Kooperation besteht noch lange fort.

Zu Beginn der Promotion durfte ich sechs Monate am *Center for Applied Medical Imaging, Siemens Corporate Research* an der *Johns Hopkins Clinic, Baltimore* arbeiten. Ich bedanke mich herzlichst bei **Dr. Christine H. Lorenz** für die Bereitstellung dieser Stelle sowie bei **Dr. Sunil Patil** für die Betreuung während dieser Zeit. Einen Großteil meines Wissens zur MR-Sequenzprogrammierung am Siemens-Tomografen habe ich Sunil zu verdanken. Darüber hinaus möchte ich mich bei der gesamten Arbeitsgruppe für die tolle Zusammenarbeit sowie die freundschaftliche und hilfsbereite Aufnahme bedanken.

Insbesonderer Dank gilt meinen Kollegen in der Experimentellen Radiologie des Instituts für Röntgendiagnostik der Universität Würzburg - namentlich **Johannes Tran-Gia**, **Dr. André Fischer**, **Mario Zeller**, **Dr. Andreas M. Weng** sowie **Daniel Stäb** - für das erstklassige Arbeitsklima und die Hilfsbereitschaft bei sämtlichen aufgetretenen Problemen. Es ist ein großes Vergnügen mit Euch zusammenzuarbeiten. Danke auch den Medizinisch Technischen Assistentinnen für die Unterstützung bei den durchgeführten Messungen. Besonders hervorheben möchte ich **Bettina Borst**, die mir zu jeder Zeit mit wertvollen Tipps zur Seite stand.

Ich bedanke mich bei der **Graduate School of Life Sciences (GSLS)** der Universität Würzburg für die Schaffung eines perfekten Rahmens für meine Promotion. Besonders das breite Angebot des *Transferable Skills Programs* ermöglichte mir eine Weiterbildung auch über die Grenzen fachlicher Themen hinaus.

Ich danke weiterhin dem **Elitenetzwerk Bayern** für die finanzielle Förderung meiner Promo-

---

tion in Form eines Forschungsstipendiums.

Schließlich möchte ich mich herzlichst bei meiner Freundin **Carolyn Schneider** sowie bei meinen Eltern **Andreas und Rita Wech** für die Unterstützung während der Zeit meiner Promotion bedanken.